

Институт Ядерной Физики

На правах рукописи

Романов Александр Леонидович

**Настройка орбиты и электронно-оптической структуры
накопителя ВЭПП-2000 методом матриц откликов**

01.04.20 – физика пучков заряженных частиц и ускорительная техника

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

чл.-корр., проф.

Шатунов Юрий Михайлович

Содержание

Введение	4
Глава 1. Методы вычисления параметров циклического ускорителя	7
1.1. Система координат	7
1.1.1. Линейные уравнения движения	8
1.2. Матрицы элементов	9
1.2.1. Пустой промежуток	9
1.2.2. Дипольный магнит	10
1.2.3. Квадруполь	10
1.2.4. Повернутый квадруполь	11
1.2.5. Соленоид	11
1.2.6. Ускоряющий резонатор	12
1.2.7. Краб-резонатор	12
1.3. Воздействие дипольных корректоров на равновесную орбиту	13
1.3.1. Дипольный корректор в дипольном магните	14
1.3.2. Корректор в квадрупольной линзе	15
1.3.3. Дипольный корректор в пустом промежутке	15
1.4. Влияние неточности выставки элементов на замкнутую орбиту	15
1.5. Вычисление вторых моментов	16
Глава 2. Алгоритмы настройки магнитной системы ВЭПП-2000	18
2.1. Накопитель со встречными электрон-позитронными пучками ВЭПП-2000	18
2.1.1. Система координат на ускорителях комплекса ВЭПП-2000	20
2.1.2. Характеристики проектной электронно-оптической структуры ВЭПП-2000	20
2.2. Коррекция равновесной орбиты	25
2.2.1. Вычисление смещения орбиты относительно элемента по откликам замкнутой орбиты	25
2.2.2. Точность определения смещения замкнутой орбиты	26
2.2.3. Коррекция найденных искажений замкнутой орбиты	27

2.3.	Коррекция модели циклического ускорителя	28
2.3.1.	Точность коррекции модели циклического ускорителя	30
Глава 3. Автоматизация измерения и коррекции оптических параметров		
	ВЭПП-2000	33
3.1.	Системы измерений параметров пучков и управления магнитными элементами	33
3.1.1.	Система диагностики пучка	35
3.1.2.	Система коррекции орбиты и электронно-оптической структуры ВЭПП-2000	39
3.2.	Описание программы «sixdsimulation»	40
3.2.1.	Реализация алгоритма коррекции равновесной орбиты	43
3.2.2.	Пример коррекции равновесной орбиты	48
3.2.3.	Реализация алгоритма коррекции оптических функций	49
3.2.4.	Пример коррекции электронно-оптической структуры ВЭПП-2000 .	57
3.2.5.	Реализация алгоритма оптимизации токов в корректорах	61
3.2.6.	Пример оптимизации токов в корректорах ВЭПП-2000	63
Глава 4. Заключение 65		
Приложение А. Разложение по сингулярным числам 67		
Литература 69		

Введение

В конце 2006 года в ИЯФ СО РАН было завершено создание коллайдера ВЭПП-2000 (рисунок 1). С точки зрения ускорительной физики основной особенностью ВЭПП-2000 является реализация концепции круглых пучков [1], которая позволяет существенно повысить пороговые токи и, соответственно, светимость. С технической точки зрения ключевыми особенностями являются «тёплые» поворотные магниты с максимальным полем 24 КГс и сверхпроводящие соленоиды финальной фокусировки.

ВЭПП-2000 имеет два места встречи, расположенных в диаметрально-противоположных точках. В качестве элементов финальной фокусировки были выбраны сверхпроводящие соленоиды с максимальным полем 13 Т. Использование соленоидов приводит к сильной связи бетатронных колебаний, и, как следствие, значительно затрудняются анализ и коррекция электронно-оптической структуры ускорителя.

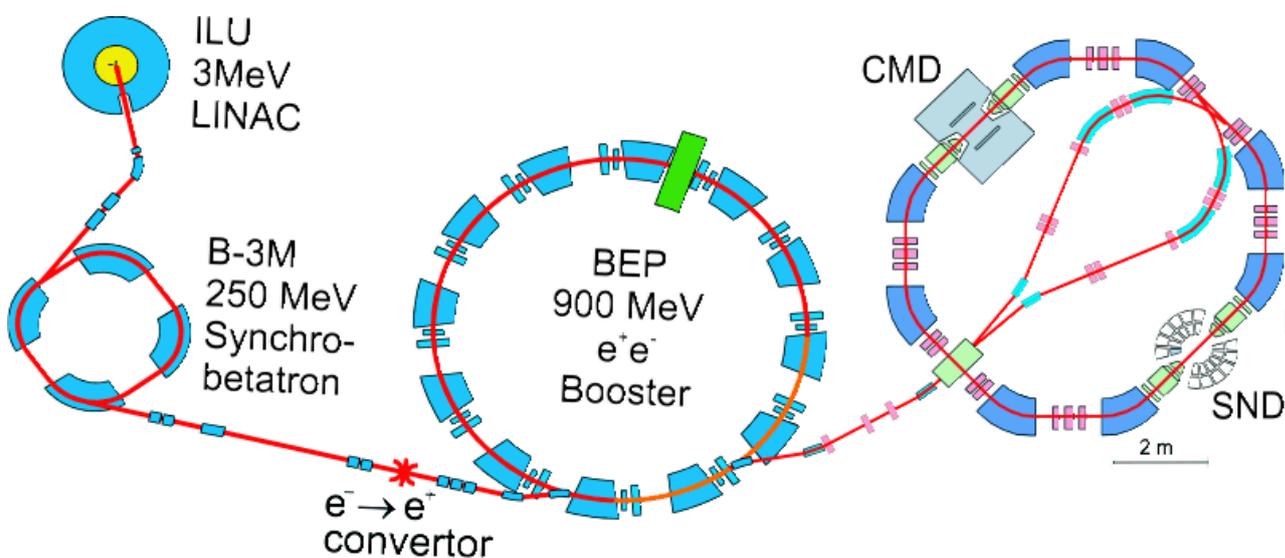


Рис. 1. Схема ускорительного комплекса ВЭПП-2000.

Одной из основных проблем при вводе ускорителя заряженных частиц в эксплуатацию является определение истинных значений параметров магнитной структуры. Эффективным методом для вычисления отклонений параметров электронно-оптической структуры ускорителя от проектных является анализ матрицы отклика орбиты [2–7]. Она строится путём измерения значений смещения орбиты пучка на датчиках положения пучка (ДПП) при поочерёдном изменении всех корректирующих магнитов. Для нахождения истинных значений

параметров магнитной структуры необходимо найти такую вариацию искоемых параметров, которая приводит к наилучшему согласию между экспериментальной и теоретической матрицами отклика.

В силу малых вычислительных мощностей компьютеров, в первых работах использующих матрицы откликов для изучения электронно-оптической структуры [2], вычислялись бета-функции и набег фаз между датчиками, при этом численные методы по возможности заменялись аналитическими расчётами. В последующих работах идея использования орбитальных откликов была развита. На сегодняшний день существует множество методов определения параметров ускорителя с помощью матриц откликов и других экспериментальных данных.

Измерение ошибок орбиты с использованием квадрупольей иногда применяется для калибровки установленных на кольце ДПП [8], однако практика постоянного применения магнитных элементов в качестве ДПП не распространена широко. Поэтому метод коррекции орбиты с использованием квадрупольей был разработан для ВЭПП-2000 независимо. Использование численных методов позволило развить технологию для использования соленоидов в качестве ДПП, а так же дало возможность решать задачу в общем виде. Т.е. определять не только смещение орбиты, но и угол влёта частицы в изучаемые элементы.

Целью данной работы являлась разработка методов коррекции орбиты и электронно-оптической структуры в линейном приближении для накопителя ВЭПП-2000 во всех режимах работы, в том числе с сильной связью бетатронных колебаний. Одним из важных выполненных требований стала тесная интеграция алгоритмов коррекции в систему автоматизации ВЭПП-2000.

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и одного приложения.

В первой главе рассмотрены методы вычисления базовых параметров циклических ускорителей в 6-ти мерном фазовом пространстве. Вводится ускорительная система координат; приводятся матрицы элементов; рассматривается воздействие дипольных корректоров в различных элементах на равновесную орбиту, а также её изменения вследствие неточности выставки отдельных элементов; приводится способ вычисления вторых моментов распределения частиц в пучке и других параметров, относящихся к линейной модели циклического ускорителя.

Во второй главе рассматриваются основные особенности нового накопителя ВЭПП-2000; затем описываются алгоритмы измерения и коррекции равновесной орбиты;

после этого приведён алгоритм измерения и коррекции искажений электронно-оптической модели циклического ускорителя; приведены результаты описанных процедур для ВЭПП-2000.

В третьей главе рассмотрена автоматизация процедур, описанных во второй главе; приводятся характеристики системы наблюдения за пучком на ВЭПП-2000 и системы коррекции орбиты и оптики; кратко описана программа «bdsimulation», используемая для расчётов линейных параметров циклических ускорителей, а также для анализа и коррекции параметров ВЭПП-2000.

Методы вычисления параметров циклического ускорителя

1.1. Система координат

В данной работе для описания движения частиц используется ускорительная система координат (рис.1.1), связанная с натуральной параметризацией равновесной орбиты — $\vec{r}_0(s)$. Радиус-вектор неравновесной частицы представляется в следующем виде [10]:

$$\vec{r}(s) = \vec{r}_0(s) + \vec{n}(s)x + \vec{b}(s)z, \quad (1.1)$$

здесь \vec{n} — внешняя нормаль; \vec{b} — бинормаль; $\vec{\tau}$ — касательная.

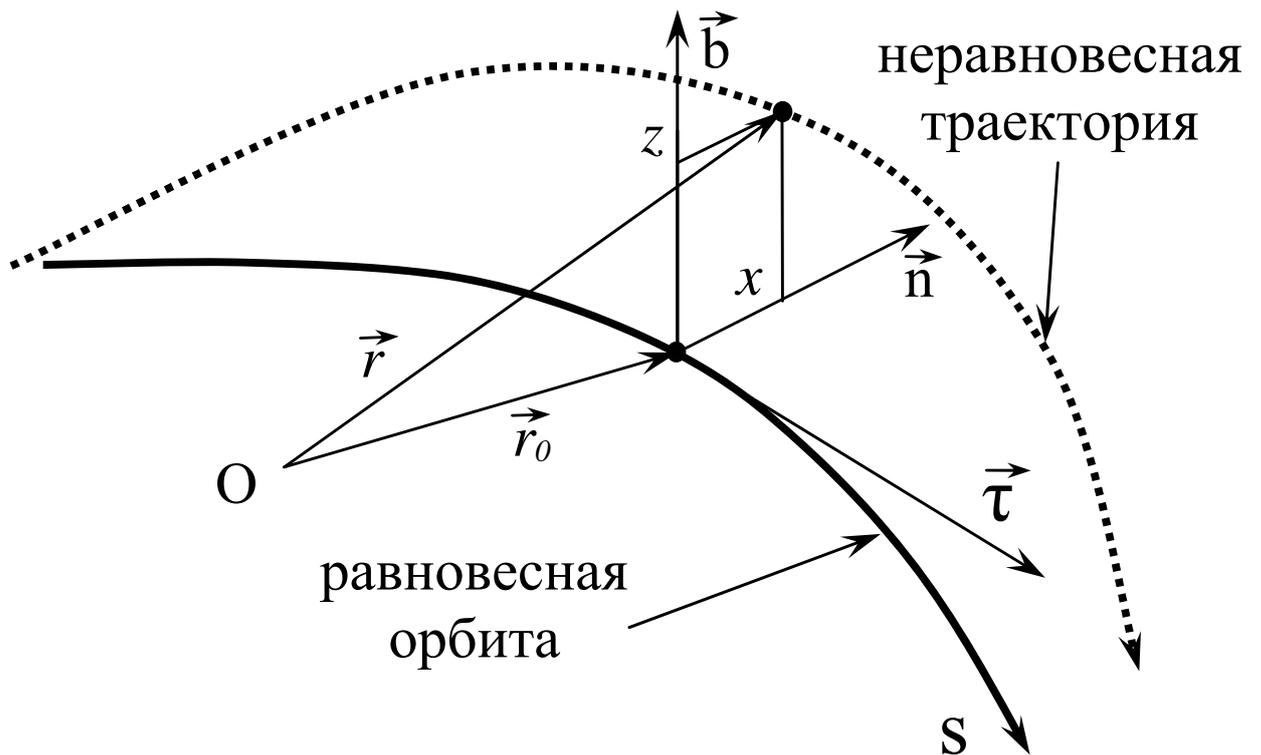


Рис. 1.1. Система координат. \vec{n} — внешняя нормаль к равновесной орбите; \vec{b} — бинормаль; $\vec{\tau}$ — касательная

Векторы \vec{n} , \vec{b} и $\vec{\tau}$ связаны соотношениями Серре-Френе [9]:

$$\frac{\partial \vec{r}_0}{\partial s} = \vec{\tau}; \quad \frac{\partial \vec{n}}{\partial s} = K\vec{\tau}; \quad \frac{\partial \vec{b}}{\partial s} = 0; \quad \frac{\partial \vec{\tau}}{\partial s} = -K\vec{n}; \quad (1.2)$$

здесь K — кривизна орбиты; $s = \int dr_0^{\vec{r}}(s)$ — азимут.

Таким образом, для описания частицы можно использовать координаты x, z, s и канонически сопряжённые им величины — p_x, p_z, p_s . Однако удобнее воспользоваться переменными $X^t = (x, p_x/p_0, z, p_z/p_0, c\Delta t, \Delta p/p_0)$ [10]. Здесь p_0 — импульс равновесной частицы; Δt — разница времени прохода азимута s равновесной и рассматриваемой частицами; Δp — отклонение импульса частицы от равновесного.

1.1.1. Линейные уравнения движения

Лианеризованные уравнения можно получить из гамильтониана, который с точностью до квадратичных по $x, p_x/p_0, z, p_z/p_0, c\Delta t, \Delta p/p_0$ членов можно представить в следующем виде [11]:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} X^t H X, \quad (1.3)$$

где H — матрица квадратичной формы, описывающей гамильтониан.

Из гамильтониана (1.3) получается следующее уравнение движения:

$$\frac{d}{ds} X = S H X, \quad S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.4)$$

здесь S — метрический тензор фазового пространства.

Для системы линейных уравнений (1.4) решение на азимуте s_2 для начальных условий на азимуте s_1 представляется в следующем виде:

$$X(s_2) = M_{12} X(s_1), \quad (1.5)$$

здесь M_{12} — матрица перехода от азимута s_1 к азимуту s_2 .

Из уравнения (1.4) следует, что матрица M_{12} симплектична, то есть:

$$M_{12}^t S M_{12} = M_{12} S M_{12}^t = S. \quad (1.6)$$

Таким образом, можно найти матрицу периода M_{turn} , для которой получаем собственные векторы $Y_k(s)$ и собственные числа λ_k :

$$M_{turn}(s) Y_k(s) = \lambda_k Y_k(s). \quad (1.7)$$

Уравнение (1.7) определяет собственные векторы с точностью до нормировки, которая обычно определяется следующим образом:

$$Y_k^t S Y_l^* = -2i\delta_{kl}, \quad Y_k^t S Y_l = 0. \quad (1.8)$$

Собственные векторы и собственные числа (1.7) являются основой для параметризации координаты частицы по одночастотным модам:

$$X(s) = \text{Re} \sum_{k=1}^3 a_k Y_k(s) e^{i\mu_k \frac{s}{\hbar} + i\varphi_k}. \quad (1.9)$$

Здесь предполагалось, что $\lambda_k = e^{i\mu_k}$, так как при устойчивом движении модуль собственного числа должен быть равным единице.

1.2. Матрицы элементов

В данной работе для описания динамики частиц в ускорителе, в линейном приближении, используется матричный формализм. Для описания движения частиц используются 6-мерные векторы составленные из динамических переменных — X_1 , а элементам кольца ставятся в соответствие квадратные "6х6" матрицы — M_{12} которые действуя на вектор X_1 , преобразуют его в вектор частицы прошедшей элемент X_2 :

$$X_2 = M_{12} X_1 \quad (1.10)$$

1.2.1. Пустой промежуток

В ультрарелятивистском случае (когда $\beta \simeq 1$) матрица пустого промежутка имеет следующий вид:

$$M_{gap} = \begin{pmatrix} 1 & L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.11)$$

здесь L — длина пустого промежутка.

1.2.2. Дипольный магнит

Для идеального дипольного магнита с бесконечно тонкими краями поле на равновесной орбите имеет следующий вид:

$$\vec{B} = (B_0 + Gx)\vec{b} + Gy\vec{n}, \quad G = \left. \frac{\partial B}{\partial x} \right|_{\text{равнов. орбита}}. \quad (1.12)$$

Если края магнита перпендикулярны равновесной орбите, то матрица перехода равна

$$M_{body} = \begin{pmatrix} \cos k_x L & \frac{\sin k_x L}{k_x} & 0 & 0 & 0 & \frac{K(1-\cos k_x L)}{k_x^2} \\ -k_x \sin k_x L & \cos k_x L & 0 & 0 & 0 & \frac{K \sin k_x L}{k_x} \\ 0 & 0 & \cos k_y L & \frac{\sin k_y L}{k_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_y \sin k_y L & \cos k_y L & 0 & 0 \\ -\frac{K \sin k_x L}{k_x} & \frac{K(\cos k_x L - 1)}{k_x^2} & 0 & 0 & 1 & \frac{K(\sin k_x L - k_x L)}{k_x^3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

$$k_x = \sqrt{K^2(1-n)}, \quad k_y = \sqrt{K^2 n}, \quad n = -G/KB_0$$

здесь k_x и k_y могут быть мнимыми.

Рассмотрим дипольный магнит с косыми краями, предполагая их бесконечно тонкими. Пусть угол между вектором \vec{s} и нормалью к краю магнита составляет θ_{in} на входе и θ_{out} на выходе. Матрица перехода для такого магнита имеет следующий вид:

$$M = M_{edge}(\theta_{in})M_{body}M_{edge}(\theta_{out}),$$

$$M_{edge}(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mp K \tan \theta & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pm K \tan \theta & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

1.2.3. Квадруполь

Матрица перехода для квадруполья с бесконечно тонкими краями равна:

$$M_{quad} = \begin{pmatrix} \cos kL & \frac{\sin kL}{k} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k \sin kL & \cos kL & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \imath kL & \frac{\sin \imath kL}{\imath k} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \imath k \sin \imath kL & \cosh \imath kL & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.15)$$

здесь $k = \sqrt{Ge/pc}$

Несложно заметить что такие же матрицы получатся из матрицы магнита при $K \rightarrow 0$

1.2.4. Повернутый квадруполь

Чтобы получить матрицу повернутого квадруполя надо повернуть систему координат перед входом в квадруполь, а затем вернуться к исходной, т.е.:

$$M_{squad} = M_{rot}(-\varphi)M_{quad}M_{rot}(\varphi), \quad (1.16)$$

$$M_{rot}(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & 0 & \sin \varphi & 0 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \varphi & 0 & \sin \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.17)$$

1.2.5. Соленоид

Матрица перехода для идеального соленоида с тонким краем равна:

$$M_{sol} = FM_{rot}(\varphi) = M_{rot}(\varphi)F, \quad (1.18)$$

$$F = \begin{pmatrix} T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \frac{L}{\varphi} \sin \varphi \\ -\frac{\varphi}{L} \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}, \quad \varphi = \frac{eB_s L}{pc} \frac{L}{2}.$$

Здесь φ — угол поворота плоскости колебаний создаваемый соленоидом.

1.2.6. Ускоряющий резонатор

При прохождении резонатора пространственные координаты преобразуются так же, как и в пустом промежутке. Энергия изменяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta p/p &= eU_0 \sin(2\pi f \Delta t + \varphi)/pc \simeq (eU_0 \sin \varphi + eU_0 \cos \varphi(2\pi f \Delta t))/pc = \\ &= \frac{E_{rad}}{pc} - \frac{eU_0 2\pi f}{pc^2} c \Delta t, \end{aligned} \quad (1.19)$$

здесь U_0 — пиковое напряжение резонатора, f — частота колебаний поля в резонаторе, E_{rad} — радиационные потери частицы за оборот, φ — фаза, при которой частица проходит в резонатор.

Соответственно матрица резонатора имеет следующий вид:

$$M_{acc} = \begin{pmatrix} 1 & L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{eU_0 2\pi f}{pc^2} \cos \varphi & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.20)$$

1.2.7. Краб-резонатор

Пусть магнитное поле на оси резонатора, через которую проходит равновесная орбита, задаётся следующим образом:

$$\vec{B} = \vec{b} B_{cr} \sin(\omega_{cr} \Delta t) \simeq \vec{e}_z B_{cr} \omega_{cr} \Delta t. \quad (1.21)$$

Тогда изменение поперечного импульса равно:

$$\frac{p_x}{p} = \frac{LeB\omega_{cr}}{pc^2} c \Delta t. \quad (1.22)$$

Из уравнений Максвелла получаем, что электрическое поле будет равно:

$$\vec{E} = \vec{\tau} \frac{B_{cr} \omega_{cr}}{c} x. \quad (1.23)$$

В итоге получаем матрицу краб-резонатора:

$$M_{crab} = \begin{pmatrix} 1 & L & 0 & 0 & cr^2 L/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & cr^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ cr^2 & cr^2 L/2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.24)$$

здесь $cr^2 = \frac{eB_{cr}\omega_{cr}L}{pc^2}$, L — длина краб-резонатора.

1.3. Воздействие дипольных корректоров на равновесную орбиту

Применение расчётов в 6-мерном фазовом пространстве позволяет заметно упростить вычисление искажений замкнутой орбиты под действием дипольных корректоров в случае связи всех трёх степеней свободы.

Предположим, что в кольце есть элемент A с прикрепленным к нему дипольным корректором. Преобразование вектора координат X_{inA} влетевшей в него частицы можно записать в следующем виде:

$$X_{outA} = M_A X_{inA} + \delta, \quad \delta^t = (\delta x, \delta x', \delta z, \delta z', \delta L, 0) \quad (1.25)$$

Запишем условие периодичности для точки, находящейся сразу на выходе из элемента A . В этой точке действие протяженного корректора в элементе A описывается вектором изменения координат частицы δ . Таким образом, искажение замкнутой орбиты на выходе из элемента A , вызванное включением корректора, вычисляется по известной формуле:

$$V_{CO}|_{outA} = (I - M)^{-1} \delta \quad (1.26)$$

Вычисления в 6-ти мерном фазовом пространстве обеспечивает замкнутость траектории как в поперечных, так и в энергетических координатах.

В случае нескольких одновременно включённых корректоров их влияние на замкнутую орбиту суммируется линейно. В этом случае возмущение замкнутой орбиты вычисляется следующим образом:

$$V_{CO}(0) = (I - M_{turn})^{-1} \delta_{turn}, \quad (1.27)$$

здесь δ_{turn} — это координата частицы, прошедшей один оборот с нулевыми начальными координатами.

Из написанного выше ясно, что для описания корректора в линейном приближении достаточно найти координату частицы с нулевыми начальными отклонениями, прошедшую через корректор. Реальные корректоры имеют сложную структуру магнитного поля которая, определяется формой ярма и конфигурацией запитывающих обмоток. На практике вычисления, выполненные в приближении идеальных корректоров, с прямоугольным распределением поля, имеют хорошее согласие с экспериментом, при правильном выборе эффективной длины корректора и величины поля в нем.

1.3.1. Дипольный корректор в дипольном магните

Движение частицы внутри дипольного магнита с ведущим полем H_y , при наличии дипольного корректора, описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x(s)'' + k_x^2 x(s) = K \frac{\Delta p}{p} - K \frac{\Delta H_y}{H_y} \\ y(s)'' + k_y^2 y(s) = K \frac{\Delta H_x}{H_y} \\ c\Delta t(s)' = -K x(s) \\ \left(\frac{\delta p}{p}\right)(s)' = 0 \end{cases}, \quad (1.28)$$

здесь $k_x^2 = K^2(1 - n)$, $k_y^2 = K^2 n$, $n = -\frac{G}{KH_y}$, K — кривизна опорной орбиты, ΔH_x и ΔH_y — поля дипольного корректора. Решая эту систему дифференциальных уравнений для нулевых начальных условий, получаем:

$$\begin{aligned} x(s) &= -\frac{\delta H_y K}{H_y k_x^2} (1 - \cos(k_x s)) \\ y(s) &= \frac{\delta H_x K}{H_y k_y^2} (1 - \cos(k_y s)) \\ c\Delta t(s) &= -\frac{\delta H_y K^2}{H_y k_x^3} (k_x s - \sin(k_x s)) \\ \frac{\Delta p}{p}(s) &= 0 \end{aligned} \quad (1.29)$$

1.3.2. Корректор в квадрупольной линзе

Для описания движения частицы в квадрупольной линзе систему уравнений можно записать в виде:

$$\begin{cases} x(s)'' + k^2 x(s) = -\frac{e \Delta H_y}{pc} \\ y(s)'' - k^2 y(s) = \frac{e \Delta H_x}{pc} \\ c\Delta t(s)' = 0 \\ \left(\frac{\delta p}{p}\right)(s)' = 0 \end{cases}, \quad (1.30)$$

здесь $k^2 = \frac{eG}{pc}$. Для нулевых начальных условий на входе в линзу решение представляется в виде:

$$\begin{aligned} x(s) &= -\frac{e \Delta H_y}{pc} \frac{1 - \cos(ks)}{k^2} \\ y(s) &= \frac{e \Delta H_x}{pc} \frac{1 - \cosh(ks)}{k^2} \end{aligned} \quad (1.31)$$

$$c\Delta t(s) = 0$$

$$\frac{\delta p}{p}(s) = 0$$

(1.32)

1.3.3. Дипольный корректор в пустом промежутке

Пустой промежуток можно представить в виде линзы с $k \rightarrow 0$, тогда из (1.31) получаем:

$$\begin{aligned} x(s) &= -\frac{1}{2} \frac{e \Delta H_y}{pc} s^2 \\ y(s) &= \frac{1}{2} \frac{e \Delta H_x}{pc} s^2 \end{aligned} \quad (1.33)$$

$$c\Delta t(s) = 0$$

$$\frac{\delta p}{p}(s) = 0$$

1.4. Влияние неточности выставки элементов на замкнутую орбиту

Одной из причин отклонения равновесной орбиты в циклическом ускорителе от проектного положения является неточность выставки различных элементов.

Продольные перемещения элемента сами по себе не влияют на равновесную орбиту, поэтому здесь рассматриваться не будут. Для анализа влияния поперечных смещений и поворотов элементов рассмотрим прохождение частицы с нулевыми начальными условиями. Для этого на входе в элемент необходимо перейти в систему отсчёта смещённого элемента, пройти через элемент и на выходе перейти в исходную систему координат. Пусть смещение элемента описывается вектором $\vec{S}^t = (x_s, x'_s, y_s, y'_s, 0, 0)$, тогда координата частицы на выходе равна

$$\vec{X}_{out} = M_{el}(-\vec{S}) + M_{gap}\vec{S}, \quad (1.34)$$

здесь $M_{gap}\vec{S}$ — это координата конца элемента.

Таким образом, воздействие смещённого элемента на замкнутую орбиту можно описать введя в структуру виртуальный корректор. Однако надо помнить, что полученные таким образом координаты будут относиться к проектной системе координат, и, соответственно, должны быть пересчитаны при вычислении траектории относительно элемента. Такая необходимость возникает, например, в задаче о коррекции орбиты относительно магнитных центров линз.

1.5. Вычисление вторых моментов

Имея известное распределение частиц в пучке, можно определить многие параметры ускорителя, такие как бета функции, эмиттансы и другие. При малых встречных токах, когда эффектами встречи можно пренебречь, датчик положения пучка на основе ПЗС матрицы позволяет измерить три дополнительных параметра — две полуоси и угол наклона, или три вторых момента распределения частиц в пучке $\langle xx \rangle$, $\langle yy \rangle$ и $\langle xy \rangle$. Эти параметры могут быть использованы для поиска и последующего исправления искажений магнитной структуры кольца.

Найдём матрицу вторых моментов распределения пучка. Координату произвольной частицы можно представить в виде

$$X(s) = \text{Re} \left[\sum_{k=1}^3 A_k Y_k(s) e^{i\mu_k \frac{s}{\Pi} + i\varphi_k} \right], \quad (1.35)$$

Усреднив прямое произведение $X \otimes X^t$ по всем частицам пучка, получим искомую мат-

рицу:

$$\begin{aligned} \langle x_i x_j \rangle = \langle X \otimes X^t \rangle_{ij} = & \left\langle \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \sum_{m=1}^3 (A_k Y_k A_m Y_m^t e^{(i\mu_k \frac{s}{\hbar} + i\varphi_k) + (i\mu_m \frac{s}{\hbar} + i\varphi_m)} + \right. \\ & \left. + A_k Y_k A_m^* Y_m^{t*} e^{(i\mu_k \frac{s}{\hbar} + i\varphi_k) - (i\mu_m \frac{s}{\hbar} + i\varphi_m)} + \text{к.с.}) \right\rangle_{ij} \end{aligned} \quad (1.36)$$

После усреднения по частицам пучка все члены, содержащие комплексные экспоненты, дадут ноль, в результате получаем ответ:

$$\langle x_i x_j \rangle = \sum_{k=1}^3 |A_k|^2 \text{Re} [Y_k \otimes Y_k^{t*}] \quad (1.37)$$

Алгоритмы настройки магнитной системы ВЭПП-2000

2.1. Накопитель со встречными электрон-позитронными пучками ВЭПП-2000

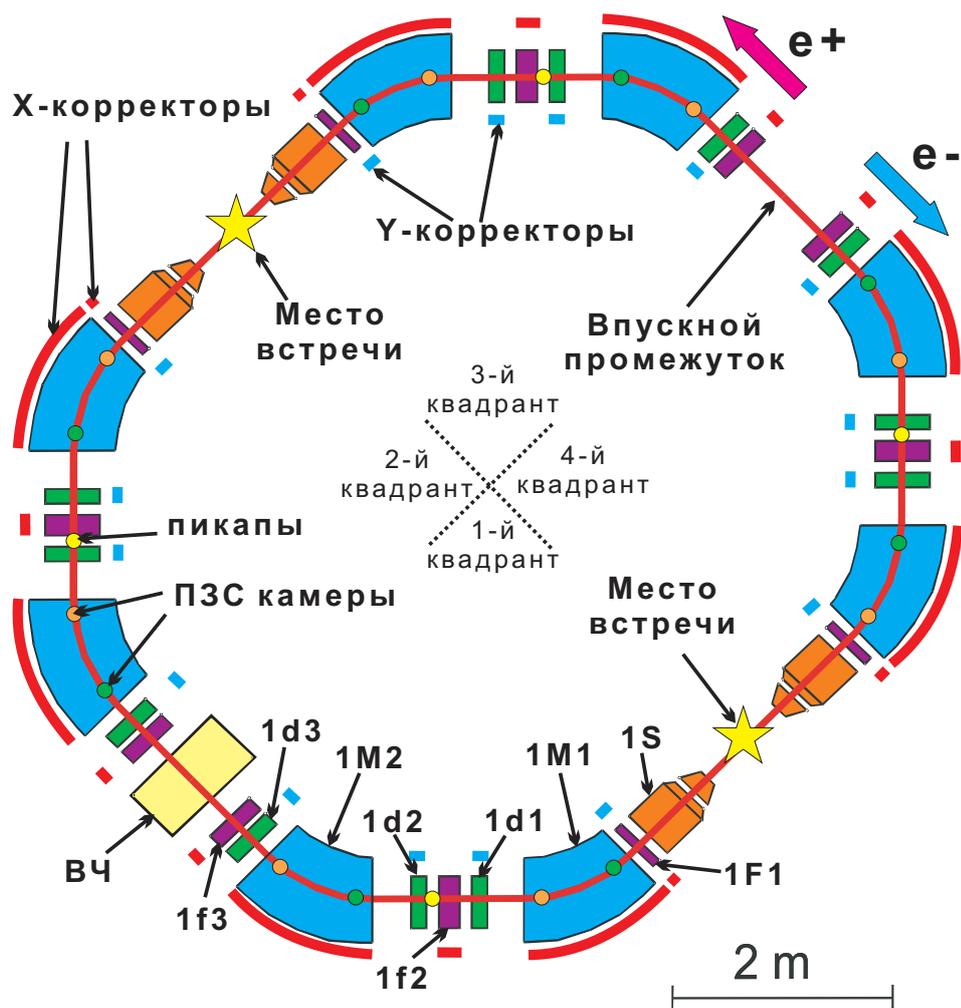


Рис. 2.1. Схематическое изображение кольца ВЭПП-2000

Основные структурные элементы коллайдера ВЭПП-2000 отображены на рисунке 2.1. Кольцо ускорителя обладает двукратной зеркальной симметрией, имеет четыре относительно длинных пустых промежутка, используемых для впуска, установки ВЧ резонатора и двух детекторов. Жёсткая фокусировка обеспечивается одним семейством соленоидов (*S), тремя семействами фокусирующих квадрупольей (*F1, *f2 и *f3) и тремя семействами дефокуси-

рующих квадрупольей (*d1, *d2 и *d3). Восемь 45° поворотных магнитов (семейства *M1 и *M2) организованы в четыре 90° ахроматических поворота (для первого квадранта это: 1M1 1d1 1f2 1d2 1M2).

В каждом магните организована оптическая схема, позволяющая регистрировать синхротронное излучение электронов и позитронов из точек отстоящих примерно на 6° от краёв магнита. Регистрация СИ происходит с помощью ПЗС камер. Между линзами семейств *f2 и *d2 расположены пикапы. Для коррекции замкнутой орбиты на ВЭПП-2000 имеется 20 горизонтальных корректоров и 16 вертикальных.

В начале 2007 года, почти сразу после захвата пучка в специальную структуру без соленоидов финальной фокусировки, были начаты эксперименты по анализу и коррекции электронно-оптической структуры, основанные на анализе матрицы откликов замкнутой орбиты в ДПП на изменение токов в дипольных корректорах [12]. Бета-функции и дисперсия в этой структуре изображены на рисунке 2.2. Эта структура была подобрана таким образом, чтобы бета-функции в инжекционном промежутке были схожи с бета-функциями в проектной оптике. В тестовом режиме был настроен захват электронов и позитронов, произведена выставка элементов, измерены калибровки магнитных элементов, произведено обезгаживание вакуумной системы синхротронным излучением, произведена юстировка системы оптического наблюдения за пучками, многие из этих процедур повторялись и в последующем.

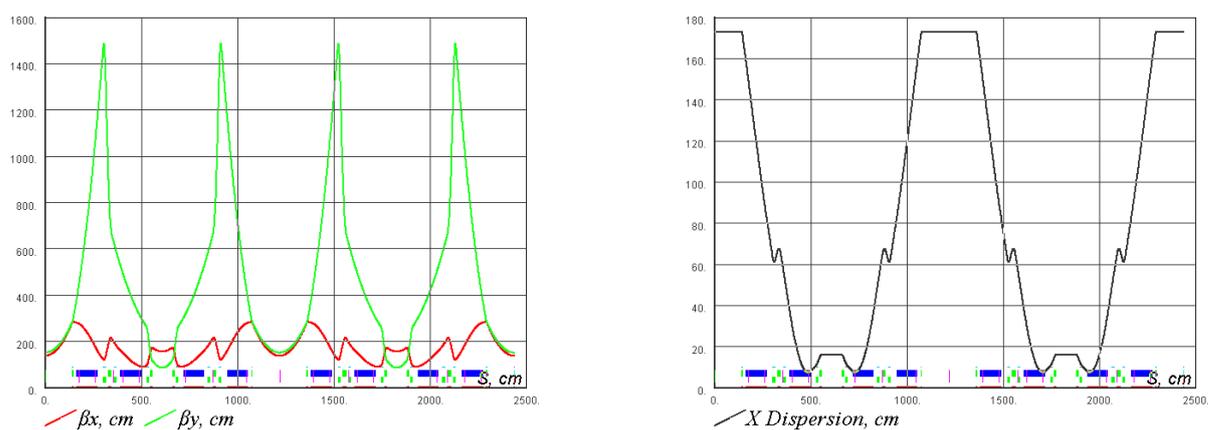


Рис. 2.2. Бета-функции (слева) и дисперсия(справа) в специальной конфигурации ВЭПП-2000 без соленоидов финальной фокусировки

2.1.1. Система координат на ускорителях комплекса ВЭПП-2000

Определим системы координат для циклических ускорителей комплекса ВЭПП-2000. Первым циклическим ускорителем на пути частиц является синхротрон БЗ-М. При рассмотрении сверху частицы движутся в нем против часовой стрелки, соответственно вектор \vec{s} направлен по ходу частиц, вектор \vec{n} наружу, вектор \vec{b} вниз.

В БЭП, как и в БЗ-М, если смотреть сверху, частицы движутся всегда против часовой стрелки, соответственно и базовая тройка векторов направлена аналогично.

В кольце ВЭПП-2000 циркулируют встречные пучки, поэтому есть неопределённость в выборе системы координат. Нумерация элементов выполнена по часовой стрелке, в направлении движения электронов, поэтому, для удобства, это направление выбрано основным. В таком случае базовая тройка векторов направлена следующим образом: вектор \vec{s} направлен по ходу электронов, вектор \vec{n} наружу, вектор \vec{b} вверх.

2.1.2. Характеристики проектной электронно-оптической структуры ВЭПП-2000

После ввода в строй соленоидов финальной фокусировки начались эксперименты с проектной электронно-оптической структурой, реализующей идею круглых сталкивающихся пучков. Для осуществления поставленной задачи необходимо соблюдение следующих условий:

- Равные бета-функции в месте встречи
- Равные набег фаз (их дробных частей) для обеих мод бетатронных колебаний
- Равные эмиттансы

При соблюдении этих условий матрица перехода между местами встречи становится блочно-диагональной, что приводит к сохранению углового момента ($M = xy' - yx' = const$). Равенство эмиттансов, при равных бета-функциях, делает пучки в месте встречи круглыми (отсюда и название конфигурации), поэтому удар от встречного пучка так же сохраняет дополнительный интеграл движения.

Использование соленоидов в качестве элементов финальной фокусировки позволяет создавать различные конфигурации электронно-оптической структуры ВЭПП-2000, в зависимости от направления поля в них. Если каждый соленоид вращает плоскость бетатронных колебаний на 45 градусов, то возникает три варианта (рисунок 2.3).

Периметр, м	C	24.388
Частота ВЧ резонатора, МГц	f_0	172
Напряжение на резонаторе, КВ	V	100
Номер гармоники ВЧ	q	14
Коэффициент удлинения орбиты	α	0.036
Синхротронная частота	ν_s	0.003
Бетатронные частоты	ν_x ν_y	4.1 2.1
Эмиттансы, см*рад	$\varepsilon_x, \varepsilon_y$	$2.2 \cdot 10^{-5}$
Безразмерные декременты затухания	δ_x, δ_y δ_s	$2.3 \cdot 10^{-5}$ $4.6 \cdot 10^{-5}$
Энергетический разброс в пучке	σ_E	$6.4 \cdot 10^{-4}$
Число частиц в пучке	e^-, e^+	$1.0 \cdot 10^{11}$
Количество сгустков в пучке		1
Сдвиги частот от эффектов встречи	ξ_x, ξ_y	0.075
Светимость на место встречи $cm^{-2} \cdot s^{-1}$	L_{max}	$1.0 \cdot 10^{32}$

Таблица 2.1. Основные параметры коллайдера ВЭПП-2000 на энергии 900 МэВ

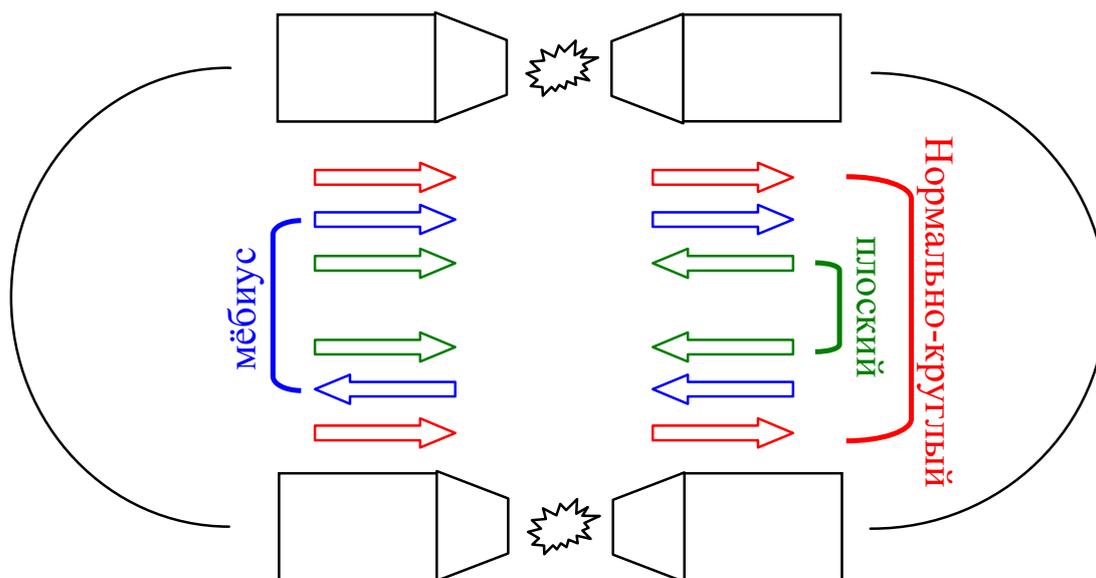


Рис. 2.3. Возможные полярности соленоидов финальной фокусировки в ВЭПП-2000

В первом, «нормально-круглом», варианте плоскость колебаний поворачивается на 90 градусов при переходе из одного полукольца в другое, при возвращении в исходное положение плоскость колебаний так же восстанавливается. В такой конфигурации равенство эмиттансов обеспечивается автоматически. Во втором варианте плоскость колебаний возвращается в исходное положение через два оборота. Третий, «плоский», вариант в идеале предполагает компенсацию закручивания плоскости колебаний от соленоидов, стоящих возле одного места встречи, поэтому для обеспечения равенства эмиттансов необходимо находиться на резонансе связи $\nu_x - \nu_z = 2$.

Из численных симуляций следует, что динамическая апертура максимальна в «плоском» варианте, а отсутствие связи поперечных колебаний вне соленоидов упрощает анализ данных оператором. Поэтому этот вариант был выбран как основной на начальном этапе работы ВЭПП-2000. Дальнейшие эксперименты не выявили недостатков по сравнению с альтернативными конфигурациями.

На рисунке 2.4 показаны проектные бета функции для структуры ВЭПП-2000 с бета-функциями в месте встречи равными 6 см. На рисунке 2.5 представлена дисперсия в ахромате. На рисунке 2.6 представлены набеги фаз для указанной модели.

Основные параметры ВЭПП-2000 на энергии 900 МэВ приведены в таблице 2.1. Стоит отметить, что бетатронные частоты могут быть изменены в пределах от целого резонанса до полуцелого, однако, как показала практика, с точки зрения эффектов встречи наиболее удачные места расположены между резонансами 1/10 и 1/5.

К особенностям, осложняющим настройку ВЭПП-2000 в «плоской» конфигурации, стоит отнести набег фаз в экспериментальных промежутках, который близок к π . Поскольку между линзами семейства F1, расположенными по краям экспериментальных промежутков, нет корректоров, то при попытках скорректировать орбиту в этой области она смещается зеркально, образуя «качели» (рисунок 2.9). Таким образом, для точек, расположенных в экспериментальных промежутках симметрично относительно мест встречи, получается:

$$\begin{aligned} x_{left} + x_{right} &\simeq const \\ y_{left} + y_{right} &\simeq const \end{aligned} \tag{2.1}$$

На рисунках 2.7 и 2.8 показаны искажения орбиты вызванные корректорами в линзе 1F1 для «плоской» и «нормально-круглой» конфигураций соленоидов. Видно, что во втором случае горизонтальное искажение в первом полукольце переходит в вертикальное во втором.

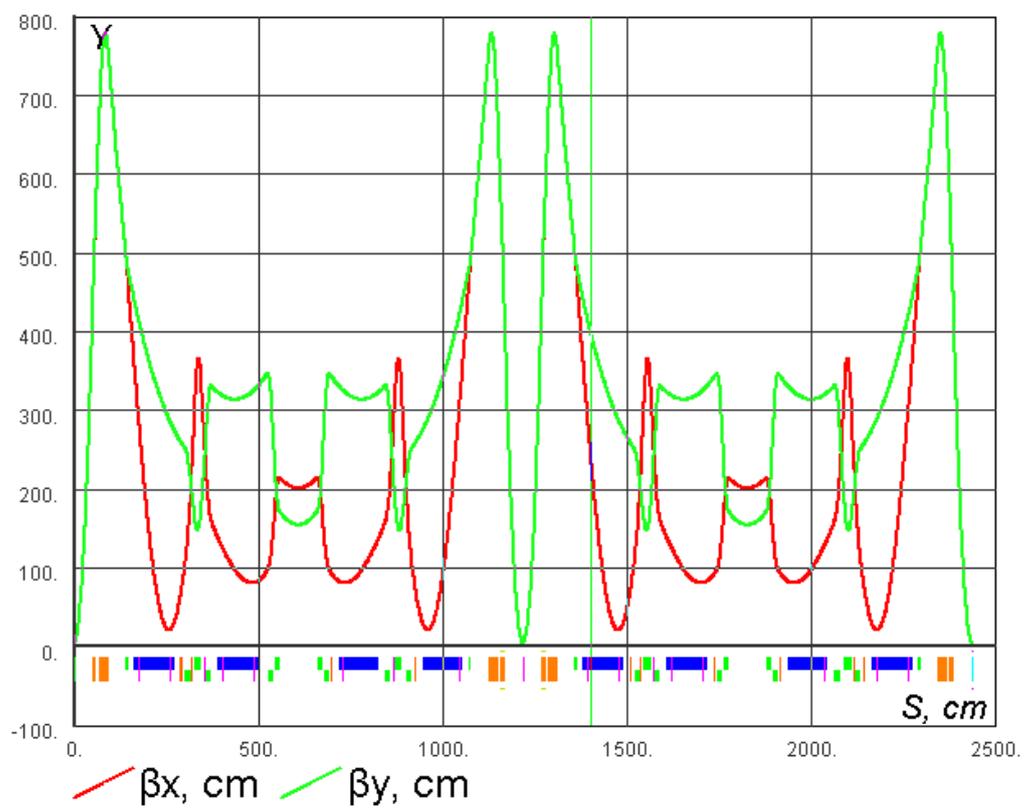


Рис. 2.4. Бета-функции в проектной оптике ВЭПП-2000

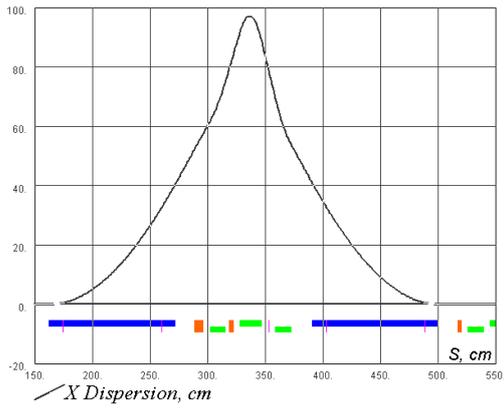


Рис. 2.5. Дисперсия в ахромате ВЭПП-2000

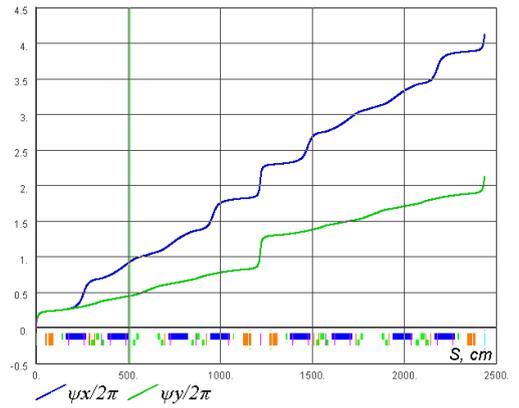


Рис. 2.6. Набеги фаз бетатронных колебаний в ВЭПП-2000

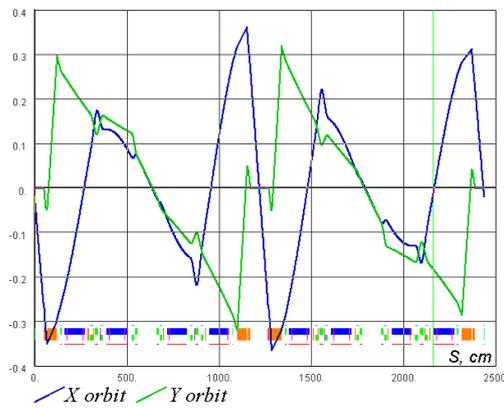


Рис. 2.7. Искажения орбиты от корректоров 1F1X и 1F1Z в «плоской» конфигурации соленоидов

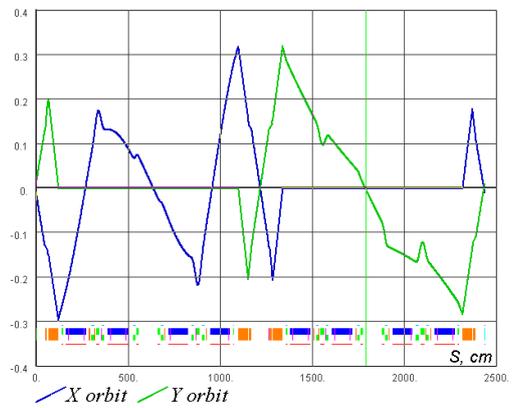


Рис. 2.8. Искажения орбиты от корректора 1F1X в «нормально-круглой» конфигурации соленоидов

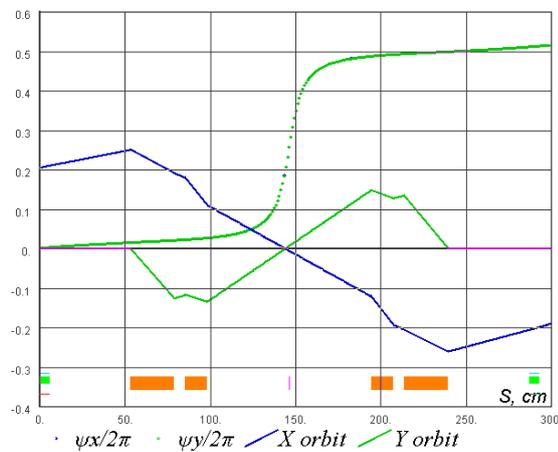


Рис. 2.9. Фаза и искажение орбиты от 1F1X корректора в экспериментальном промежутке СНД

2.2. Коррекция равновесной орбиты

Одной из ключевых задач при эксплуатации коллайдера ВЭПП-2000 является поддержание правильной равновесной орбиты. Для её осуществления необходимо уметь измерять абсолютное положение орбиты. Из имеющихся на кольце 20 штатных датчиков положения пучка только 4 пикапа подходят для таких измерений, так как ПЗС камеры закреплены неустойчиво и периодически подвергаются механическим воздействиям, приводящим к их смещению. Точность изготовления и установки пикапов также не позволяет использовать их без предварительной калибровки.

В качестве относительно стабильного репера могут выступать сами магнитные элементы. В идеальном случае замкнутая орбита проходит по осям таких магнитных элементов как соленоиды и квадруполь, и, соответственно, не изменяется при вариации их силы. Исходя из этого цель при коррекции замкнутой орбиты можно сформулировать так: максимально сильно приблизить замкнутую орбиту к магнитным осям элементов.

Если магнитная ось элемента не совпадает с орбитой, то изменение поля в нём приведёт к изменению положения замкнутой орбиты. Это свойство можно использовать для определения прохождения частиц через элемент.

Зная смещения орбиты, можно рассчитать силы корректоров, которые наилучшим образом корректируют имеющиеся искажения. После того, как достигнуто удовлетворительное состояние орбиты, можно запомнить положение пучка на штатных ДПП, и дальнейшие коррекции орбиты проводить на основе их показаний.

2.2.1. Вычисление смещения орбиты относительно элемента по откликам замкнутой орбиты

Если исключить продольное перемещение элемента и его вращение вокруг продольной оси, то остаётся 4 степени свободы, которые можно описать как смещения по горизонтали и вертикали, и наклоны в этих плоскостях. Рассмотрим элемент A , смещение которого описывается набором из 4 чисел S_k , для определённости будем описывать смещение вектором x, x', y, y' , где (x, y) — смещение начала элемента, а (x', y') — его наклон. Отклик замкнутой орбиты ΔX_i на изменение параметра p элемента A можно записать в следующем виде:

$$\Delta X_i = (M(p + \delta p)_{ik} - M(p)_{ik})S_k = \Delta M_{ik}S_k, \quad (2.2)$$

здесь $M(p)_{ik}$ — матрица, составленная из смещений орбиты в ДПП, вызванных единичным смещением элемента по соответствующей степени свободы.

Измерив экспериментальный отклик $\Delta X_{exp,i}$ и рассчитав матрицу ΔM_{ik} , можно свести задачу о поиске смещения орбиты к минимизации величины χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(\Delta X_{exp,i} - \Delta M_{ik} S_k)^2}{\sigma_i^2} = \sum_i (\Delta \tilde{X}_{exp,i} - \Delta \tilde{M}_{ik} S_k)^2, \quad (2.3)$$

здесь σ_i — точность измерения $\Delta X_{exp,i}$, а тильда означает, что величина нормирована на соответствующую погрешность.

Смещение элемента, минимизирующее χ^2 , можно записать в виде:

$$S_k = \left(\Delta \tilde{M}_{ik} \right)_{SVD}^{-1} \Delta \tilde{X}_{exp,i} \quad (2.4)$$

Зная сдвиг элемента A , можно рассчитать смещение замкнутой орбиты в начале этого элемента относительно идеальной замкнутой орбиты:

$$X_{abs,l} = T_{lk} S_k = T_{lk} \left(\Delta \tilde{M}_{ik} \right)_{SVD}^{-1} \Delta \tilde{X}_{exp,i}, \quad (2.5)$$

здесь T_{lk} — это отклик замкнутой орбиты в начале элемента A на его единичные смещения.

В результате положение орбиты относительно элемента можно записать в виде:

$$X_{rel,l} = X_{abs,l} - S_l = (T_{lk} - \delta_{lk}) \left(\Delta \tilde{M}_{ik} \right)_{SVD}^{-1} \Delta \tilde{X}_{exp,i} \quad (2.6)$$

2.2.2. Точность определения смещения замкнутой орбиты

При отсутствии систематических погрешностей величина χ^2 образует распределение, со средним значением $N - M$ и стандартным отклонением $\sqrt{2(N - M)}$, где N — это количество экспериментальных данных $\Delta X_{exp,i}$, а M — количество подгоночных параметров, в данном случае $M = 4$.

Статистическую погрешность можно вычислить на основании точности экспериментальных данных. В пространстве $\Delta X_{exp,i}$ экспериментальные данные представляют собой точку, а погрешности можно представить в виде эллипсоида с полуосями σ_i . После нормировки (2.3) эллипсоид ошибок преобразуется в единичную сферу. Проецируя эту сферу в пространство искомым величин - относительных сдвигов орбиты $X_{rel,l}$, получаем статистические погрешности:

$$\sigma_{rel,l} = \left(\sum_i \left((T_{lk} - \delta_{lk}) \left(\Delta \tilde{M}_{ik} \right)_{SVD}^{-1} \right)^2 \right)^{1/2}. \quad (2.7)$$

Здесь стоит отметить, что величины $\sigma_{rel,l}$ не являются независимыми, поэтому их нельзя использовать при вычислении ошибки относительного сдвига орбиты в других точках. Например, если $X_{begrel,l}$ описывает относительную орбиту в начале элемента, то в конце элемента орбита и точность ее определения записываются в виде:

$$X_{endrel,l} = M_{A,lm} X_{begrel,m} \quad (2.8)$$

$$\sigma_{endrel,l} = \left(\sum_i \left(M_{A,lm} (T_{mk} - \delta_{mk}) \left(\Delta \widetilde{M}_{ik} \right)_{SVD}^{-1} \right)^2 \right)^{1/2}, \quad (2.9)$$

2.2.3. Коррекция найденных искажений замкнутой орбиты

Иногда коррекция равновесной орбиты с помощью дипольных корректоров оказывается недостаточной. Это может произойти вследствие нескольких причин. Во-первых, количество точек P_i , в которых необходимо выставить орбиту, может быть существенно выше количества корректоров. Также даже при наличии, казалось бы, достаточного числа корректоров может получиться так, что набег фазы между двумя точками не содержащими между собой корректоров, например P_n и P_m , может оказаться равен $n\pi$. Тогда орбита в этих точках смещается либо синхронно, либо в противофазе, т.е. $x_n \pm x_m = const$, при этом скорее всего $const \neq 0$. Стоит отметить, что в действительности достаточно, чтобы набег фазы был близок к $n\pi$, что при отсутствии между точками корректоров, приведёт к чрезмерно большим токам в корректорах для существенного изменения величины $x_n \pm x_m$.

В случае невозможности поправить равновесную орбиту с помощью дипольных корректоров, остаётся вариант физического перемещения элементов. При этом подвижку элемента можно рассматривать как отдельный вид корректора, и решать задачу о минимизации искажений орбиты с помощью комбинации подвижек и дипольных корректоров. Некоторые трудности при рассмотрении данной проблемы вызывает тот факт, что перемещаемый элемент может выступать в качестве датчика положения пучка, относительно которого выравнивается орбита.

Рассмотрим задачу о коррекции измеренных искажений орбиты $X_{exp,i}$ с помощью корректоров, сила которых описывается величинами V_j . Смещение орбиты в точках наблюдения можно представить в следующем виде:

$$\Delta X_i = K_{ij} V_j - M_{ij} V_j, \quad (2.10)$$

здесь K_{ij} — искажение замкнутой орбиты относительно реперной траектории, M_{ij} —

«маска» описывающая дополнительное действие корректора на точку наблюдения. Так, если в качестве корректора V_m выступает физическое перемещение, затрагивающее точку X_n , то M_{nm} равняется коэффициенту между силой корректора и перемещением, иначе $M_{nm} = 0$. Поскольку нам необходимо скомпенсировать известные искажения орбиты $\Delta X_i = -X_{exp,i}$, то искомая сила корректоров может быть записана в виде:

$$V_j = -(K_{ij} - M_{ij})_{SVD}^{-1} X_{exp,i} \quad (2.11)$$

Поскольку матрица $K - M$, в общем случае, не является квадратной, то для ее обращения используется SVD разложение.

Стоит отметить, что иногда перед обращением полезно придать разный вес различным корректорам, особенно если корректоров существенно больше чем точек наблюдения. Последнее может случиться, если в качестве корректоров рассматривать все доступные подвижки элементов. Перепишем выражение (2.10) в виде:

$$\Delta X_i = \frac{(K_{ij} - M_{ij})}{F_j} (V_j \cdot F_j) = (\tilde{K}_{ij} - \tilde{M}_{ij}) \tilde{V}_{ij} \quad (2.12)$$

И соответственно:

$$V_j = -\frac{(\tilde{K}_{ij} - \tilde{M}_{ij})_{SVD}^{-1}}{F_j} X_{exp,i} \quad (2.13)$$

При таком подходе можно, например, увеличить значимость дипольных корректоров, чтобы подвижки были минимальны, или наоборот постараться произвести коррекцию только перемещающие элементы.

2.3. Коррекция модели циклического ускорителя

Для коррекции параметров ускорителя необходимо решить задачу, обратную к следующей. Пусть нам известен некий набор характеристик ускорителя P_i , тогда, исходя из имеющейся модели G , мы можем решить прямую задачу, т.е. рассчитать вторичные свойства машины V_j :

$$V_j = G(P_i). \quad (2.14)$$

В качестве P_i могут выступать, например, токи в квадрупольях, калибровки корректоров, датчиков положения пучка и т. д. В качестве вторичных параметров можно рассматривать, например, смещения равновесной орбиты в ДПП, форму пучка на ПЗС камерах, дисперсию,

бетатронные частоты и т. д. На практике возникает ситуация, когда на основании измеренного набора значений V_j необходимо определить отклонения значений P_i от теоретических, т.е. решить обратную задачу:

$$P_i = G^{-1}(V_j). \quad (2.15)$$

В связи с этим в качестве вторичных параметров может выступать любой набор измеримых характеристик ускорителя, величина которых может быть предсказана из теоретической модели.

Суть используемого метода коррекции заключается в том, чтобы варьируя оптические параметры ускорителя в теоретической модели минимизировать разницу между экспериментальными и теоретическими параметрами. В качестве функции цели выступает величина χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_j \frac{(V_{\text{exp},j} - V_{\text{mod},j})^2}{\sigma_j^2} = \sum_j \Delta \tilde{V}_j^2, \quad (2.16)$$

здесь $V_{\text{exp},j}$ – экспериментальные параметры; $V_{\text{mod},j}$ – те же параметры, рассчитанные из модели; σ_j – точность соответствующего измерения;

Основную сложность обратных задач составляет обращение прямого преобразования G . В большинстве случаев эта задача не имеет точного решения. В общем случае прямое преобразование не является линейным. Однако если считать, что вариации параметров P_i будут достаточно малыми, можно линеаризовать G по P_i :

$$\delta V_j \simeq \frac{\partial G_j}{\partial P_i} \delta P_i = G_{ij} \delta P_i \quad (2.17)$$

Для улучшения согласия между расчётными и измеренными величинами изменение параметров ΔP_i должно аннулировать разницу ΔV_j :

$$\Delta V_j = \frac{\partial G_j}{\partial P_i} \Delta P_i \quad (2.18)$$

На практике количество измеримых параметров много больше чем количество подгонных параметров, поэтому матрица G_{ij} является прямоугольной и её прямое обращение невозможно, в этом случае можно воспользоваться приближёнными вычислениями, например методом SVD (разложение по сингулярным числам). С помощью этой операции возможно произвести обращение прямой матрицы G_{ij} , параллельно производя контроль достоверности предполагаемых ошибок ΔP_i (см. прил. А).

Поскольку точность измеренных параметров различна, то, как и в случае с χ^2 , полезно перед обращением произвести нормировку матрицы G_{ij} и вектора ΔV_j на точность соответствующего измерения:

$$\frac{\Delta V_j}{\sigma_j} = \frac{G_{ij}}{\sigma_j} \Delta P_i = \tilde{G}_{ij} \Delta P_i \quad (2.19)$$

Таким образом получаем:

$$\Delta P_i = \left(\tilde{G}_{ij} \right)_{SVD}^{-1} \Delta \tilde{V}_j \quad (2.20)$$

Поскольку найденные шаги ΔP_i не всегда являются достаточно малыми, то неточность линейной аппроксимации приводит к тому, что приходится производить несколько итераций подстройки параметров структуры. При значительном расхождении начальной модели с экспериментальными данными полезно делать частичный шаг по найденным параметрам, с последующим перерасчётом матрицы \tilde{G}_{ij} .

Достоверность модели после подгонки зависит от точности экспериментальных данных и их количества, а так же от полноты варьируемых параметров. Т.е. важно найти именно те параметры, которые привели к искажениям структуры. В то же время, количество экспериментальных данных должно быть существенно больше, чем количество параметров. В связи с этим при недостатке датчиков положения пучка могут возникнуть трудности с поиском правильного набора параметров. В литературе при рассмотрении коррекции структуры чаще всего речь идёт об орбитальных откликах на дипольные корректоры, поскольку такая матрица содержит большое количество данных. Однако на ВЭПП-2000 эту матрицу можно дополнить: использовать данные об изменении плотности распределения частиц в пучке, вызванные вариациями сил фокусирующих линз. Многие машины, на которых применяется данная методика, являются адронными или источниками СИ. В первом случае в качестве ДПП используются пикапы, которые не могут дать информацию о форме пучка, а во втором — вертикальные размеры пучка настолько малы, что их прямое измерение затруднительно.

2.3.1. Точность коррекции модели циклического ускорителя

После подгонки модели под экспериментальные данные необходимо вычислить с какой точностью определены найденные искажения. Вычисление статистических погрешностей, вызванных неточностью измерения экспериментальных параметров, можно привести несколькими способами. Во первых, можно последовательно снять несколько серий измерений и сравнить результаты, полученные после подгонки. Во вторых, можно применить метод Монте-Карло, создав несколько псевдо-экспериментальных серий данных, после чего действовать так же, как и в первом случае. Наконец, можно теоретически рассчитать погрешно-

сти на основании информации о точности используемых данных. Разберём последний метод, так как он является наиболее быстрым, при этом даёт достаточно точную оценку погрешностей.

Для начала определимся с обозначениями. Пусть тильда сверху обозначает нормировку на погрешности измерений. Верхний индекс в скобках соответствует номеру итерации. $V_{exp,j}$ – экспериментальные данные, V_j – вторичные данные, вычисляемые из модели G на основании первичных параметров P_i . $F_{j,k}$ – случайные величины с нормальным распределением.

$$\tilde{V}_j^{(0)} = \tilde{G}_j(P_i^{(0)}); \quad \Delta\tilde{V}_j^{(0)} = \frac{V_{exp,j} - V_j^{(0)}}{\sigma_j}; \quad \Delta\tilde{V}_{j,k}^{(0)} = \Delta\tilde{V}_j^{(0)} + F_{j,k}. \quad (2.21)$$

Для решения обратной задачи на каждом шаге производится линеаризация модели:

$$G_{ji}^{(n)} = \left. \frac{\partial G_j}{\partial P_i} \right|_{P_i^{(n)}}. \quad (2.22)$$

Здесь используется предположение о том, что линеаризация (2.22) для различных наборов $P_i^{(n)}$ варьируется незначительно. Иначе для каждого набора параметров придется вычислять матрицу $G_{ji}^{(n)}$, что весьма затратно с точки зрения вычислительных ресурсов. Теперь можно записать поправку к параметрам модели ускорителя на шаге $n = 0$:

$$\Delta P_{i,k}^{(0)} = (\tilde{G}_{ji}^{(0)})^{-1} \Delta\tilde{V}_j^{(0)} + (\tilde{G}_{ji}^{(0)})^{-1} F_{j,k}. \quad (2.23)$$

На следующем шаге ($n = 1$) получаем:

$$\begin{aligned} \Delta P_{i,k}^{(1)} &= (\tilde{G}_{ji}^{(1)})^{-1} \Delta\tilde{V}_{j,k}^{(1)} = (\tilde{G}_{ji}^{(1)})^{-1} \left(\Delta\tilde{V}_j^{(1)} + F_{j,k} \right) = \\ &= (\tilde{G}_{ji}^{(1)})^{-1} \left(\tilde{V}_{exp,j} - \tilde{G}_j(P_i^{(1)}) + (\tilde{G}_{ji}^{(0)})^{-1} F_{j,k} + F_{j,k} \right) \simeq \\ &\simeq (\tilde{G}_{ji}^{(1)})^{-1} \left(\tilde{V}_{exp,j} - \tilde{V}_j^{(1)} - \tilde{G}_{ji}^{(1)} (\tilde{G}_{ji}^{(0)})^{-1} F_{j,k} + F_{j,k} \right) = \\ &= (\tilde{G}_{ji}^{(1)})^{-1} \Delta\tilde{V}_j^{(1)} - (\tilde{G}_{ji}^{(0)})^{-1} F_{j,k} + (\tilde{G}_{ji}^{(1)})^{-1} F_{j,k}. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Соответственно, после этой итерации случайные поправки от нулевой итерации сократятся:

$$P_{i,k}^{(1)} = P_i^{(0)} + \Delta P_{i,k}^{(0)} + \Delta P_{i,k}^{(1)} = P_i^{(0)} + \Delta P_i^{(0)} + \Delta P_i^{(1)} + (\tilde{G}_{ji}^{(1)})^{-1} F_{j,k} \quad (2.25)$$

Применяя индукцию, легко показать, что для полной поправки получается простое выражение:

$$P_{i,k}^{(n)} = P_i^{(n)} + (\tilde{G}_{ji}^{(n)})^{-1} F_{j,k} \quad (2.26)$$

Поскольку случайные величины $F_{j,k}$ независимы и имеют нормальное распределение с центром в нуле и моментом 1, то

$$\sigma_{\text{par},i}^{(n)} = \sqrt{\sum_j \left((\tilde{G}_{ji}^{(n)})^{-1} \right)^2} \quad (2.27)$$

Остаточная величина χ^2 характеризует степень расхождения между моделью и экспериментальными данными. Для серии измерений, сделанных при одинаковых условиях, в отсутствие систематических погрешностей, величина χ^2 образует распределение, со средним значением $N - M$ и стандартным отклонением $\sqrt{2(N - M)}$:

$$\chi_{rest}^2 = N - M; \quad \sigma_{\chi^2} = \sqrt{2(N - M)}, \quad (2.28)$$

здесь N — это количество экспериментальных данных, а M — количество подгоночных параметров.

Автоматизация измерения и коррекции оптических параметров ВЭПП-2000

По итогам первых лет эксплуатации коллайдера ВЭПП-2000 ключевыми моментами при внедрении новых методик коррекции магнитной структуры ускорителя стали:

1. Надёжность методики
2. Быстродействие
3. Удобство применения

Первый пункт достигается путём тщательного тестирования используемых программ и алгоритмов. Второй, очень важный, пункт зависит от скорости набора данных и их последующей обработки. Скорость сбора данных, в свою очередь, зависит от количества измеряемых параметров и желаемой точности измерений. Удобство применения определяется степенью автоматизированности процесса, понятностью используемых программ. Как показывает практика, некоторые элементы интерфейса программы, которые кажутся автору вполне естественными, других пользователей вводят в глубокое замешательство, и это особенно характерно для программ, разработанных учёными для внутреннего использования.

3.1. Системы измерений параметров пучков и управления магнитными элементами

На комплексе ВЭПП-2000 используется сложная, постоянно развивающаяся, система автоматизации управления. Упрощённо структура системы сбора данных о пучке и системы управления магнитными элементами представлена на рисунке 3.1.

Для измерения формы и положения пучка используется две принципиально разные системы: это система оптической диагностики пучка состоящая из 16 ПЗС камер, регистрирующих синхротронное излучение, и система из четырёх датчиков зарядов изображений. Принцип автоматизации пучковых измерений состоит в том, что в общий доступ из сети комплекса

данные попадают только после обработки, которая производится специализированными серверными приложениями.

Управление магнитными элементами, которые используются для коррекций орбиты и электронно-оптической модели ВЭПП-2000, также осуществляется несколькими серверными приложениями, обмен информацией с которыми происходит по протоколу "TCP/IP" с помощью обычных строковых команд.

Таким образом, для измерения ошибок модели и орбиты в накопителе, а также их исправления, не надо знать низкоуровневую структуру подсистем, что обеспечивает высокую гибкость работы комплекса.

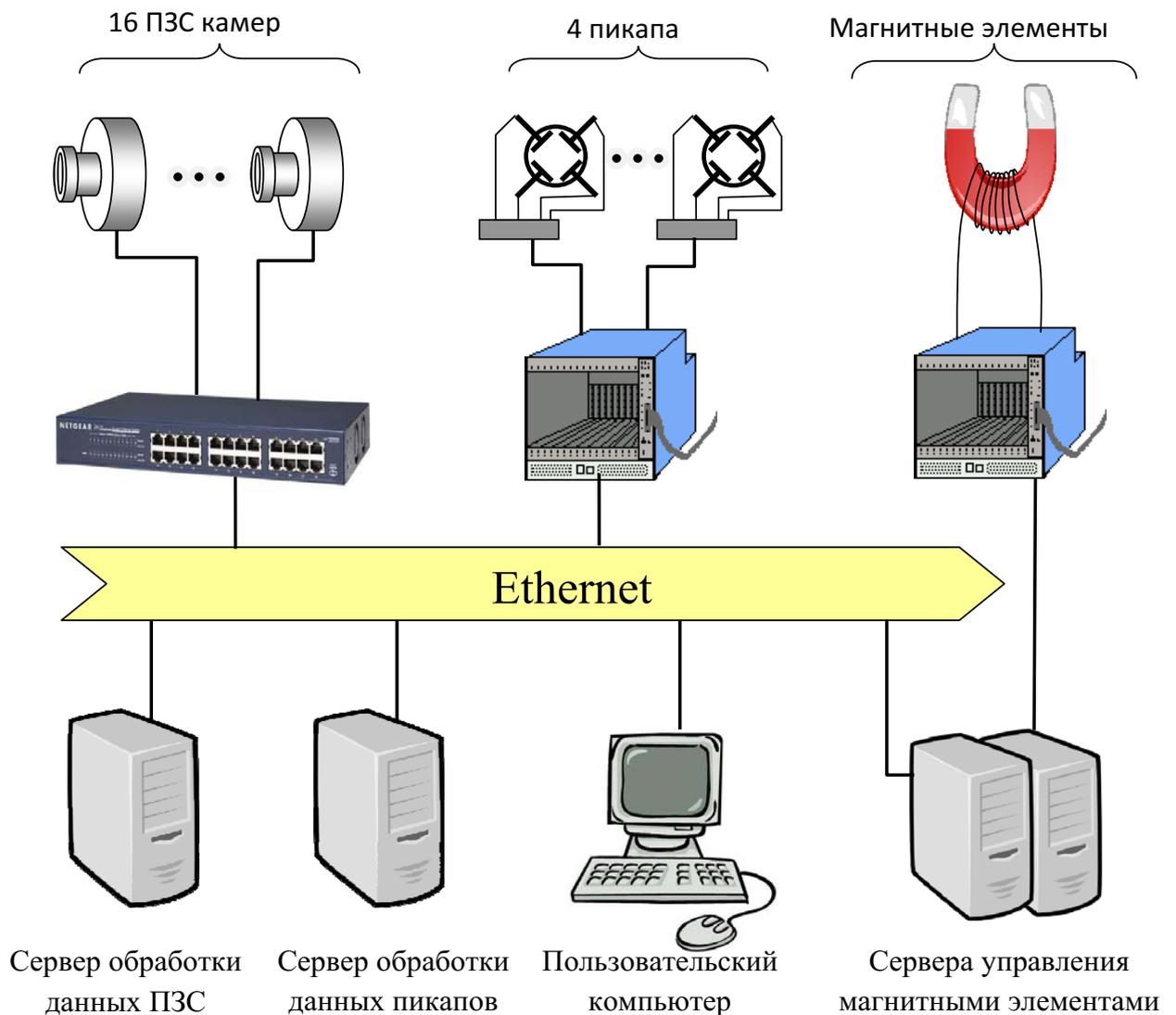


Рис. 3.1. Упрощённая схема сбора данных о пучке и управления магнитными элементами

3.1.1. Система диагностики пучка

В качестве детекторов в системе оптической диагностики формы и положения пучка используются разработанные в ИЯФ камеры на основе ПЗС матриц [13, 14], рисунок 3.3. Существует две разновидности камер, отличающихся типом ПЗС сенсора, однако для пользователей это несущественно.

Таблица 3.1 содержит основные параметры используемых камер. Сбор данных и управление ПЗС камерами происходит через протокол "Ethernet" на скорости 100 mbit/s. Все 16 камер подсоединены к свитчу, расположенному под ускорительным кольцом, который, в свою очередь, соединён с сервером, обеспечивающим обработку изображений. Обработанные данные поступают в открытый доступ для пользователей, находящихся в сети комплекса.

Объем одного необработанного кадра равен:

$$V = 659 \times 494 \times 16bit \simeq 5.2Mbit \simeq 651Kbyte \quad (3.1)$$

Отсюда получаем количество кадров в секунду, которое можно получить от камер, при скорости связи равной 100Mbit/s:

$$F = 19 \text{ кадр./сек.} \quad (3.2)$$

На практике, из-за неидеальности соединения и необходимости обмениваться служебными сообщениями, скорость сбора кадров меньше, и равна примерно 10-12 кадрам в секунду. Исходя из этого, использование выдержек более 0.1 секунды является нецелесообразным, поскольку тормозит сбор данных.

Точность измерений, в основном, ограничивается стабильностью положения пучка и составляет порядка 2 микрон.

В связи с высокой чувствительностью ПЗС матриц, для предотвращения засветки на рабочих токах, порядка 50 – 100 мА на камеры были установлены ослабляющие фильтры.

Оптическая схема диагностики пучка представлена на рисунке 3.2. Внешний вид основных элементов представлен на рисунке 3.4. Синхротронное излучение от электронов и позитронов, после отражения от треугольного зеркала (призмы) внутри вакуумного объёма, идёт почти параллельно, выходя через окно с внешней стороны магнита. Далее, два диагональных зеркала выводят излучение на верхнюю плоскость магнита. Между этими зеркалами располагается объектив и диафрагма. На последнем этапе излучение попадает на ещё одну

Интерфейс	100Mbit/s Ethernet
Развертка	Сканирующая
Размер сенсора (ВхШ), мм	3.66×4.88
Разрешение сенсора	659×494
Размер пикселя, мкм	7.4×7.4
Квантовая эффективность пикселя (500нм), %	$55^1/40^2$
Чувствительность, фотонов/пиксель	$50^1/100^2$
Уровень шума пикселя, e^-	$30^1/40^2$
Максимальный заряд пикселя, e^-	40000
Время считывания кадра, мс	80
Минимальное время выдержки, мс	0.14
Максимальное время выдержки, мс	10000
Разрешение АЦП, бит	16
Потребляемая мощность, Вт	3.5

Таблица 3.1. Основные параметры ПЗС камер

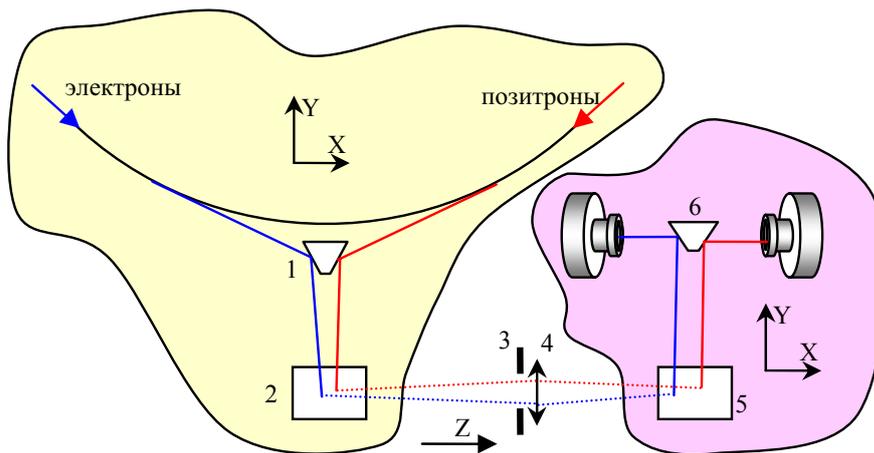
¹ Оценочное значение для сенсора ICX424AL² Оценочное значение для сенсора ICX084AL

Рис. 3.2. Оптическая схема регистрации СИ. 1 - комбинирующая призма внутри вакуумной камеры; 2 и 5 - диагональные зеркала; 3 - диафрагма; 4 - объектив; 6 - разводящая призма.

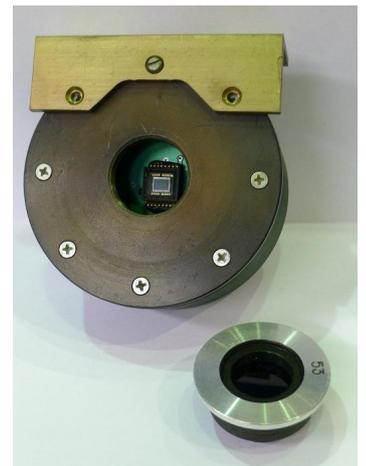


Рис. 3.3. ПЗС камера со снятым оптическим фильтром

призму, которая разводит излучение от позитронов и электронов в соответствующие ПЗС камеры. Отражающие элементы, расположенные вне вакуумной камеры, снабжены юстировочными винтами, которые позволяют независимо перемещать изображения позитронов и электронов.

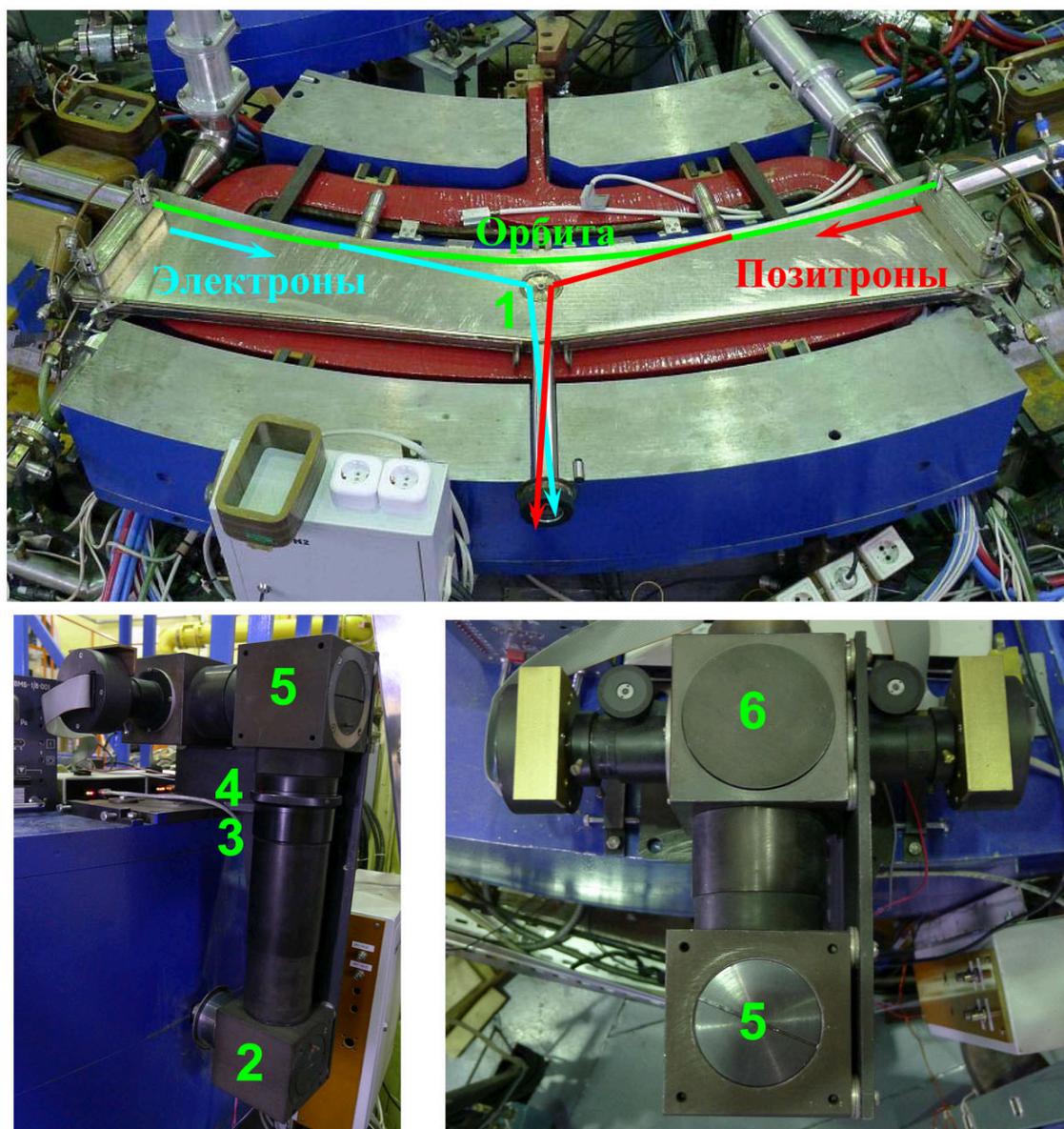


Рис. 3.4. Основные элементы системы вывода синхротронного излучения.

На накопителе ВЭПП-2000 также установлены 4 пикапа (датчика заряда изображения) [15, 16]. На рисунках 3.5 и 3.6 изображены чертеж и внешний вид готового к установке на кольцо пикапа. В отличие от ПЗС камер, пикапы способны производить пооборотные измерения положения пучка, используемые, например, для определения бетатронных частот.

Ток в пучке	Пооборотные измерения	Усреднение по 256 оборотам
0.1-1 мА	150-500 мкм	10-30 мкм
1-10 мА	50-150 мкм	3-10 мкм
> 10 мА	< 50 мкм	< 3 мкм

Таблица 3.2. Точность измерений пикапов при разных токах

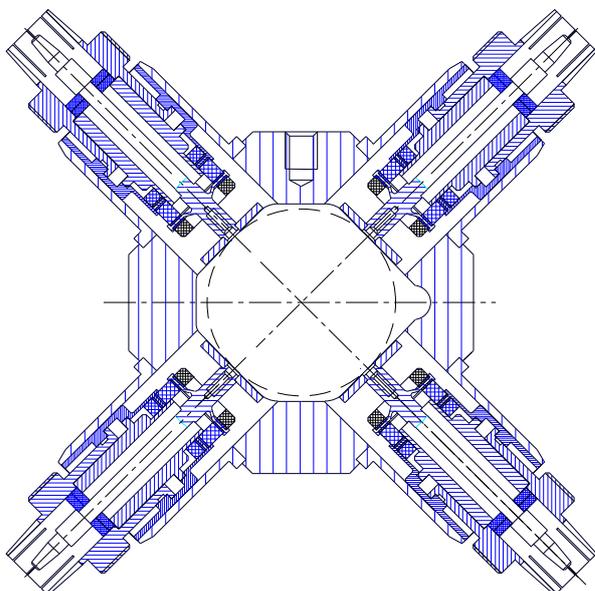


Рис. 3.5. Чертеж датчика заряда изображения

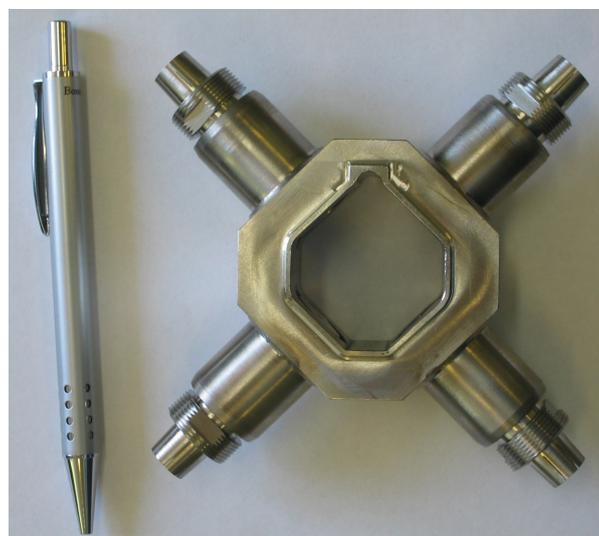


Рис. 3.6. Внешний вид датчика заряда изображения

Пикапы снабжены пикап-станциями, которые для минимизации шумов расположены в непосредственной близости от датчиков. С помощью них производится предобработка сигнала. Далее сигнал поступает в крейт, содержащий, помимо необходимой электроники, мини-компьютер, подключённый к сети комплекса. После оцифровки, данные передаются на сервер, который производит окончательную обработку, и обеспечивает доступ к данным в удобном формате всем заинтересованным клиентам.

В существующей конфигурации, при непрерывном сборе данных, каждый пикап производит одно измерение в секунду.

3.1.2. Система коррекции орбиты и электронно-оптической структуры ВЭПП-2000

Жёсткое ограничение на периметр кольца связанное с размерами экспериментального зала привело к плотной расстановке основных элементов кольца, что в свою очередь сделало невозможным размещение нужного количества дипольных корректоров. Эта проблема была решена путём совмещения функций основных магнитных элементов и дипольных корректоров. Технически корректоры выполнены в виде дополнительных обмоток.

Восемь горизонтальных корректоров расположены в поворотных магнитах, ещё двенадцать совмещены с фокусирующими квадрупольями, семейства F1, f2 и f3. Двенадцать вертикальных корректоров расположены в дефокусирующих квадрупольях d1, d2 и d3, ещё четыре совмещены с линзами F1.

Все квадрупольные линзы ВЭПП-2000, кроме слабой т.н. расщепляющей линзы F1, имеют одинаковый профиль в поперечном сечении и различаются лишь длиной. Дипольные обмотки располагаются на ярме магнитопровода (рисунок 3.7).

Существует несколько причин, по которым большие токи в корректорах нежелательны. Первая причина заключается в том, что при попытке создать дипольное поле в квадрупольной линзе помимо дипольной возникают и более высокие гармоники. Поле в идеальной квадрупольной линзы, использованной в качестве корректора может быть записано в аналитическом виде [17]:

$$H_x = -\frac{2\pi I}{cA} \operatorname{Im} \left[\frac{x + iy}{\sqrt{1 - \exp \frac{\pi}{2A}(x + iy)^2}} \right], \quad (3.3)$$

$$H_y = -\frac{2\pi I}{cA} \operatorname{Re} \left[\frac{x + iy}{\sqrt{1 - \exp \frac{\pi}{2A}(x + iy)^2}} \right], \quad (3.4)$$

здесь A - радиус вписанной в гиперболические полюса окружности, I - полный ток в дипольной обмотке.

При максимальном допустимом токе в дипольном корректоре сильных линз, который равен 4 А, дипольное поле составляет около 0.5 КГс, секступольный градиент при этом составляет $P6 = 0.2$ кГс/см². В то же время градиенты самых сильных основных секступольных линз ВЭПП-2000 составляют 2.3 кГс/см² при длине 6 см (длина линзы f2 с дипольным корректором - 19 см), то есть сильные дипольные коррекции уже могут заметно влиять на нелинейную динамику [17].

Другой причиной, по которой нежелательны большие токи в совмещённых корректорах, является то, что при включении дипольного поля на высокой энергии, из-за насыщения

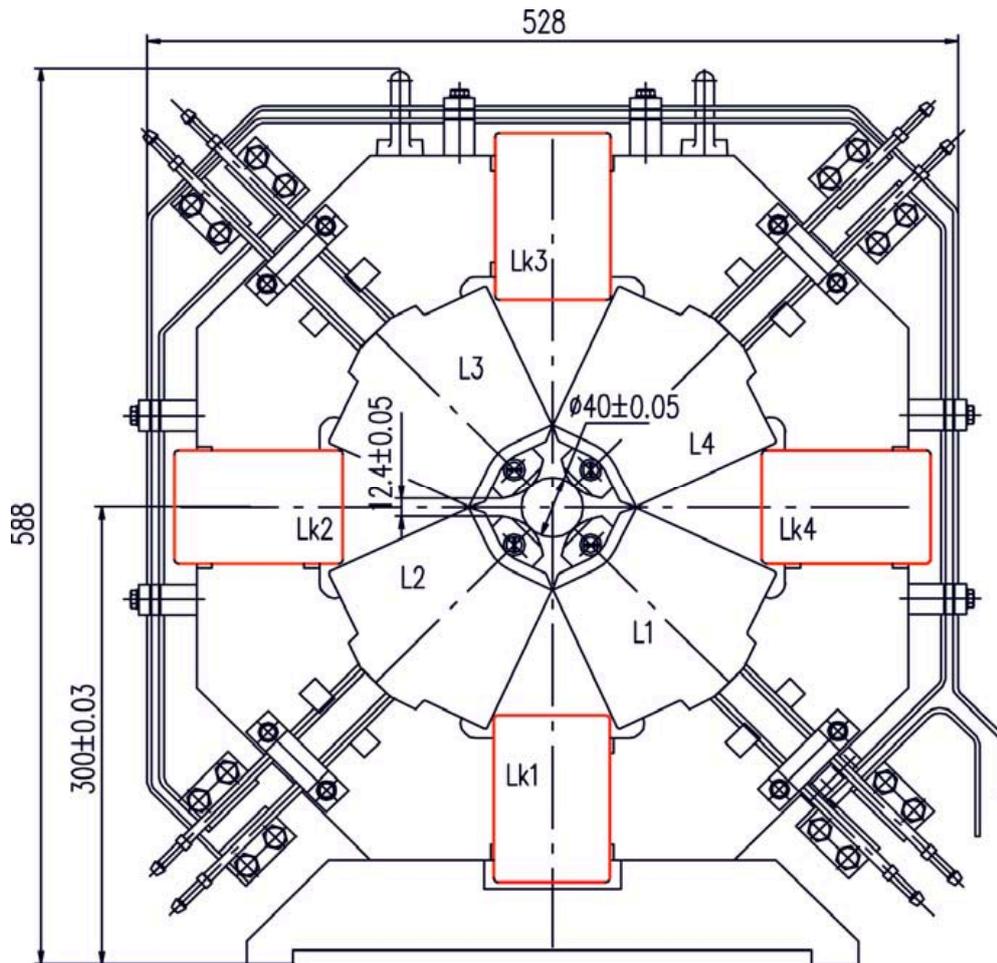


Рис. 3.7. Дипольные обмотки в квадрупольной линзе. Lk1, Lk3 - y-коррекции, Lk2, Lk4 - x-коррекции

будет ухудшаться качество собственно квадрупольного градиента в линзе.

Для коррекции электронно-оптической структуры предусмотрено индивидуальное питание для каждого квадрупольного поля и соленоида. Так же имеется три группы индивидуально управляемых скиью-квадрупольных, совмещённых с секступольными, в каждой группе имеется по четыре элемента.

3.2. Описание программы «sixdsimulation»

Выше упоминалось, что удобство применения алгоритмов коррекции играет существенную роль в успешности внедрения новых процедур. Для реализации разработанных алгоритмов коррекции орбиты и оптики коллайдера ВЭПП-2000, а так же для некоторых других действий по настройке ускорительного комплекса была модернизирована написанная автором программа «sixdsimulation». При этом была сохранена изначальная функциональность

программы, позволяющая в наглядном виде изучать и настраивать различные варианты электронно-оптической структуры циклических ускорителей.

Вследствие гибкости систем сбора данных о пучке и управления магнитными элементами программа «sixdsimulation» может быть запущена на любом компьютере, подключённом к сети комплекса ВЭПП-2000. В связи с этим, при реализации самого трудоёмкого алгоритма - алгоритма по коррекции электронно-оптической модели ВЭПП-2000 было решено переписать код программы из языка C++ на язык Java, который позволяет запускать программу практически на любой операционной системе.

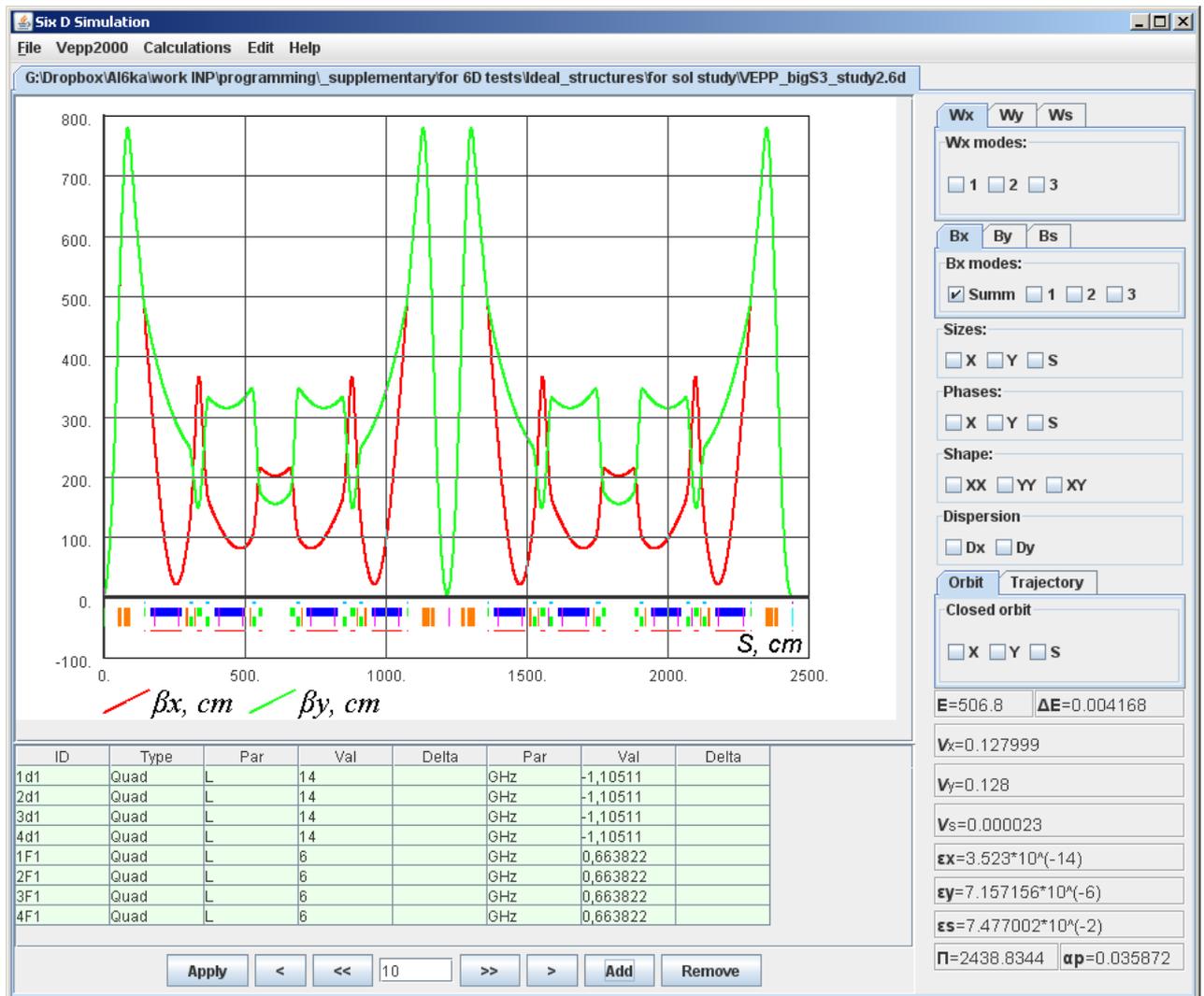


Рис. 3.8. Главное окно программы «sixdsimulation»

На рисунке 3.8 показано главное окно программы после загрузки файла со структурой циклического ускорителя. Основное место занимает область для построения различных графиков. Пользователь может выбирать отображённые на графике функции, отмечая соот-

ветствующие позиции в панели выбора графиков, которая расположена справа. В правом нижнем углу окна расположена панель, содержащая основные параметры выбранной модели циклического ускорителя, к которым относятся: бетатронные частоты, эмиттансы, рабочая энергия, потеря энергии на обороте, периметр кольца и коэффициент удлинения орбиты.

Программа позволяет загружать исходные файлы, сохранённые в собственном формате, а так же в формате программы RING, широко используемой в ИЯФе [?]. Разработка собственного формата ввода данных понадобилась в силу специфичности ряда решаемых задач. Так, именно во входном файле указывается как и какие параметры ускорителя будут варьироваться при подгонке электронно-оптической модели под экспериментальные данные.

Далее, на главном окне программы, под графиком расположена таблица выбранных для изменения элементов. Выделяя группу строк в этой таблице можно с помощью кнопок управления изменять параметры соответствующих элементов структуры. Шаг при изменении параметров элементов задаётся пользователем в соответствующих ячейках таблицы. Есть возможность сделать полный шаг, либо шаг умноженный на указанный коэффициент. При изменении параметров элементов происходит расчёт характеристик обновлённой модели циклического ускорителя и отображение новых величин в таблице и на графиках.

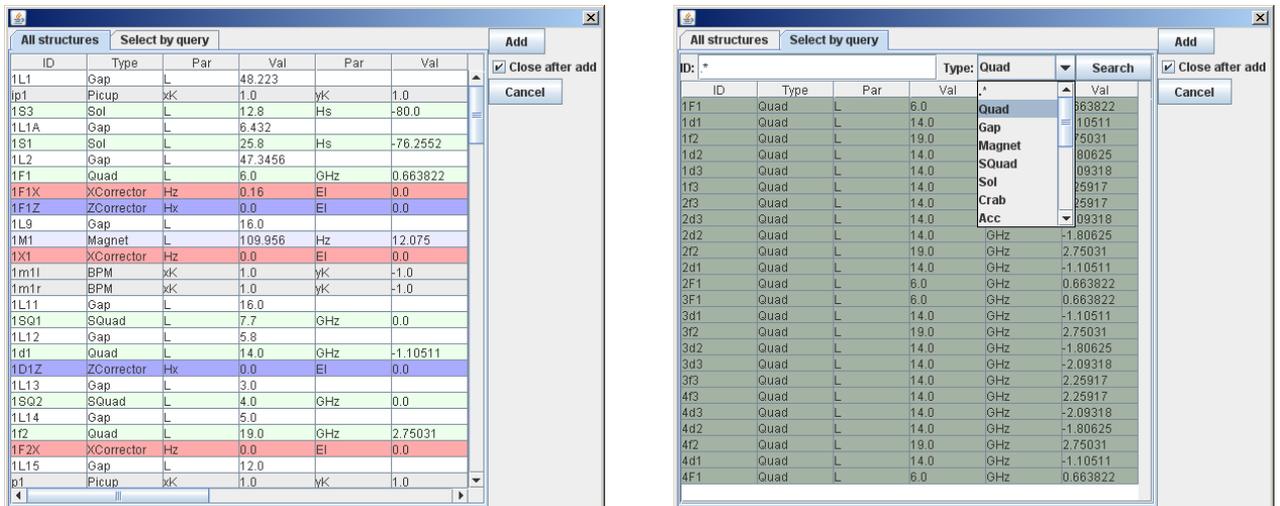


Рис. 3.9. Диалог выбора элементов: слева — выбор из полного списка элементов, справа — выбор с помощью поиска по маске

Выбор элементов структуры для настройки производится с помощью специального диалога, который вызывается по нажатию кнопки «add» (рисунок 3.9). Существует два способа сделать выбор: первый это — выделить соответствующие строки в таблице, содержащей все элементы структуры, второй метод позволяет найти интересные элементы с помощью

поискового запроса. Для выбора метода необходимо выбрать соответствующую вкладку в открывшемся диалоге.

Доступ к дополнительным функциям, включающим автоматизированные процедуры коррекции, осуществляется через меню «VEPP-2000».

3.2.1. Реализация алгоритма коррекции равновесной орбиты

Автоматизированная коррекция орбиты является наиболее часто используемой функцией, реализованной в программе «sixdsimulation». Поэтому особое внимание было уделено разработке и реализации удобного алгоритма с хорошим уровнем защиты от случайных ошибок оператора.

Существует несколько вариантов действий при необходимости поправить орбиту. Основную сложность при этом составляет определение искажений, поскольку в общем случае начало координат у имеющихся на кольце датчиков никак не привязано к идеальной орбите. В простом случае имеются показания датчиков положения пучка, снятые при хорошем положении орбиты, т.е. имеются так называемые «нули». При наличии «нулей» ДПП могут использоваться для абсолютных измерений орбиты, что является очень быстрой операцией, занимающей около 10-15 секунд. Подбор корректоров, обеспечивающих возвращение орбиты в исходное положение, тоже происходит практически мгновенно, основное время в этой ситуации занимают размышления оператора. В более общем случае ДПП не могут быть использованы для абсолютных измерений орбиты. В такой ситуации, в качестве датчиков положения пучка можно использовать сами магнитные элементы.

Первым действием при коррекции орбиты является загрузка подходящего входного файла, который содержит в себе такую информацию об ускорителе, как электронно-оптическая структура кольца, количество и месторасположение датчиков положения пучка и корректоров, разнообразные калибровки и т.п. Далее, через меню «Vepp2000» необходимо запустить, собственно, сам процесс коррекции равновесной орбиты.

Алгоритм коррекции равновесной орбиты относительно магнитных элементов

Автоматизированная коррекция орбиты относительно квадруполь и соленоидов происходит с помощью серии интерактивных диалоговых окошек. Блок-схема, изображающая возможные варианты последовательности действий, представлена на рисунке 3.10.

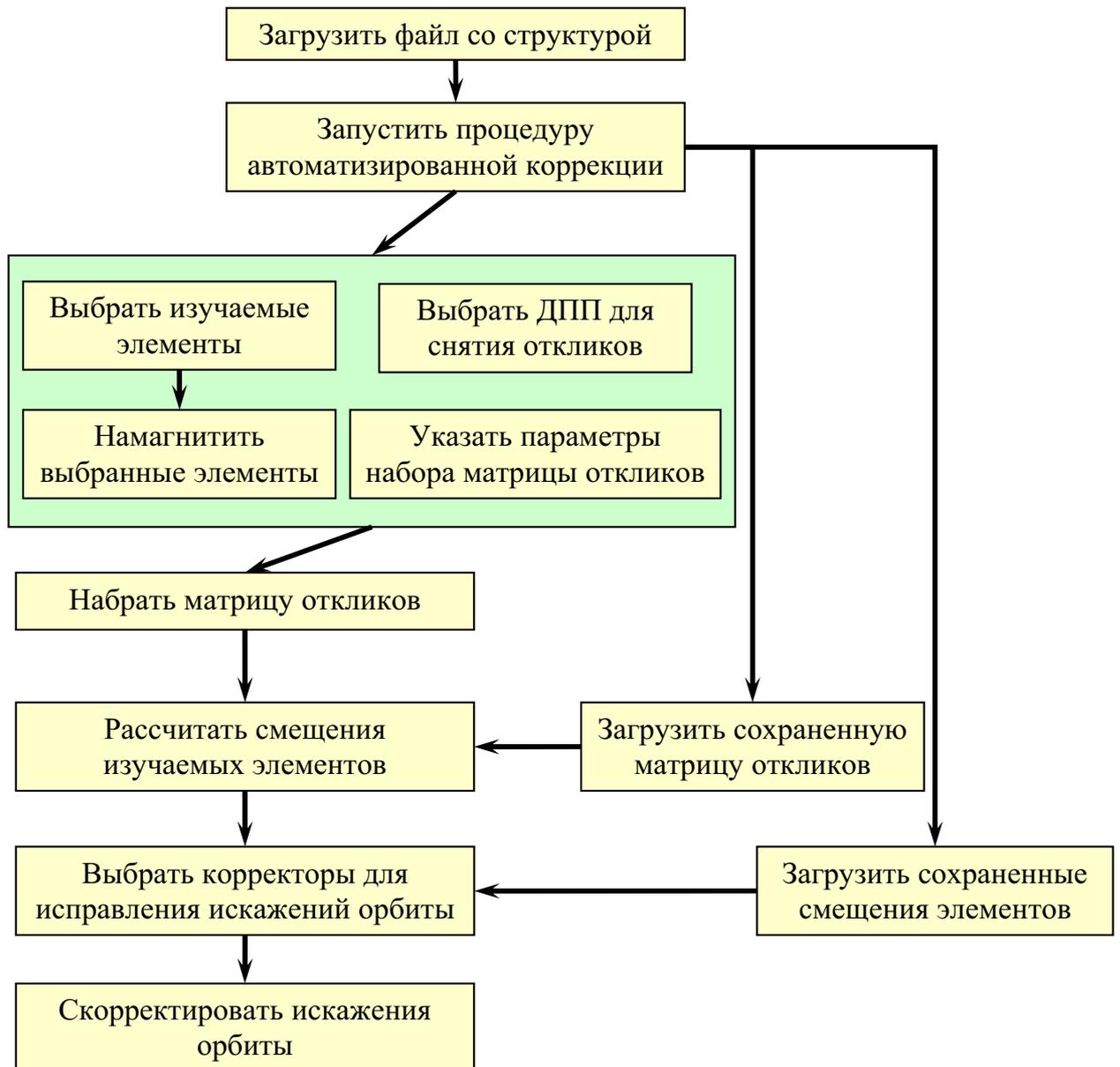


Рис. 3.10. Блок-схема возможных вариантов действий при коррекции равновесной орбиты

Начальное диалоговое окно изображено на рисунке 3.11. Красным отмечены действия, которые необходимо выполнить прежде, чем станут доступны следующие. По мере выполнения необходимых процедур активизируются заблокированные ранее кнопки, вызывающие процедуры, оперирующие с ранее собранными данными. Подобный подход не даёт оператору сбиться с порядка выполнения действий, а также позволяет в наглядном виде отображать уже выполненные действия.

Верхний ряд кнопок вызывает процедуры, необходимые для подготовки к измерению матрицы отклика орбиты на изменение параметров элементов. Сначала оператор должен вы-

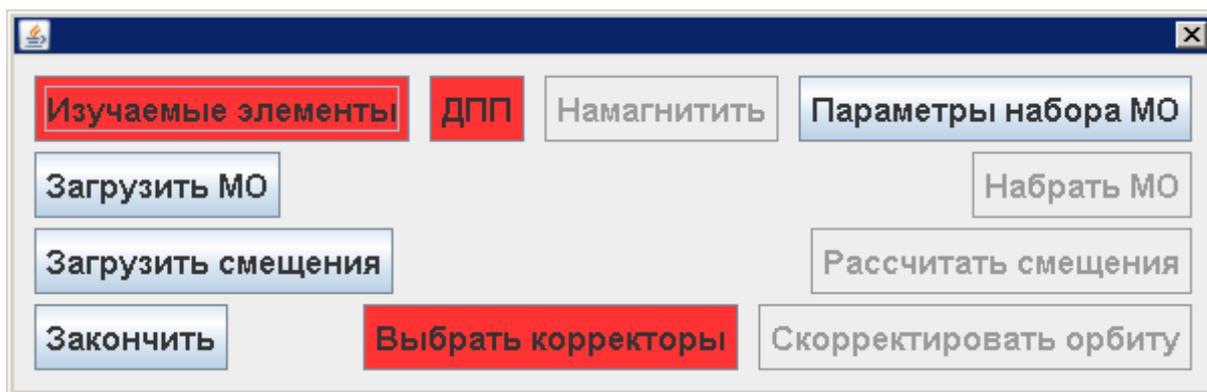


Рис. 3.11. Диалоговое окно, позволяющее подготовить данные, необходимые для коррекции замкнутой орбиты

брать элементы, используемые в качестве датчиков положения пучка, и величину изменения тока, используемую при измерении откликов, также нужно указать ДПП, используемые для снятия откликов орбиты. Затем необходимо намагнитить выбранные элементы по частному циклу. Процедура намагничивания является очень важной операцией, поскольку вариации полей при снятии МО настолько малы, что история изменений поля в элементах может полностью испортить измерения.

После того как все предварительные действия выполнены необходимо запустить автоматическое измерение МО, которое занимает 7-10 минут. Прогресс операции отображается в специальном диалоге. По окончании измерения можно сохранить набранные данные, чтобы иметь возможность воспользоваться ими в последующем. В случае использования сохранённых откликов действия по сбору МО пропускаются.

С помощью полученных орбитальных откликов вычисляется прохождение орбиты относительно магнитных осей элементов. Результаты этих вычислений выводятся в отдельном диалоговом окне, пример которого представлен на рисунке 3.12. В данном диалоге есть две вкладки, на одной изображена найденная орбита, на другой можно ознакомиться с качеством соответствия между модельными откликами от найденных смещений и экспериментальными данными. В случае плохого соответствия между теорией и экспериментом необходимо исследовать причину этих расхождений. Чаще всего причиной является несоответствие теоретической модели и реальной конфигурации полей, также это может означать неправильные калибровки ДПП.

При загрузке файла, содержащего известные искажения орбиты, предыдущие действия пропускаются. С помощью данной процедуры можно автоматически подбирать токи коррек-



Рис. 3.12. Диалоговое окно, демонстрирующее найденные искажения орбиты и иллюстрирующее соответствие между модельными откликами от найденных искажений и экспериментальными данными

торов для орбитальных «бампов» — намеренных искажений орбиты определенной формы. Наиболее типичным «бампом» для ВЭПП-2000 является смещение орбиты в районе впускных магнитов, которое позволяет настраивать расстояние между пучком и пластинами инфлекторов.

Ещё одним действием перед началом коррекции орбиты является выбор используемых корректоров, который так же производится с помощью диалога. Рисунок 3.13 показывает диалоговое окно, с помощью которого производится поиск оптимальной силы корректоров. В верхнем левом углу располагается интерактивный график, с помощью которого производится выбор количества используемых сингулярных чисел при обращении матрицы откликов (см. (2.11)). Справа расположены два графика, показывающие найденные искажения орбиты, искажение орбиты создаваемое предлагаемыми силами корректоров и орбита в точках

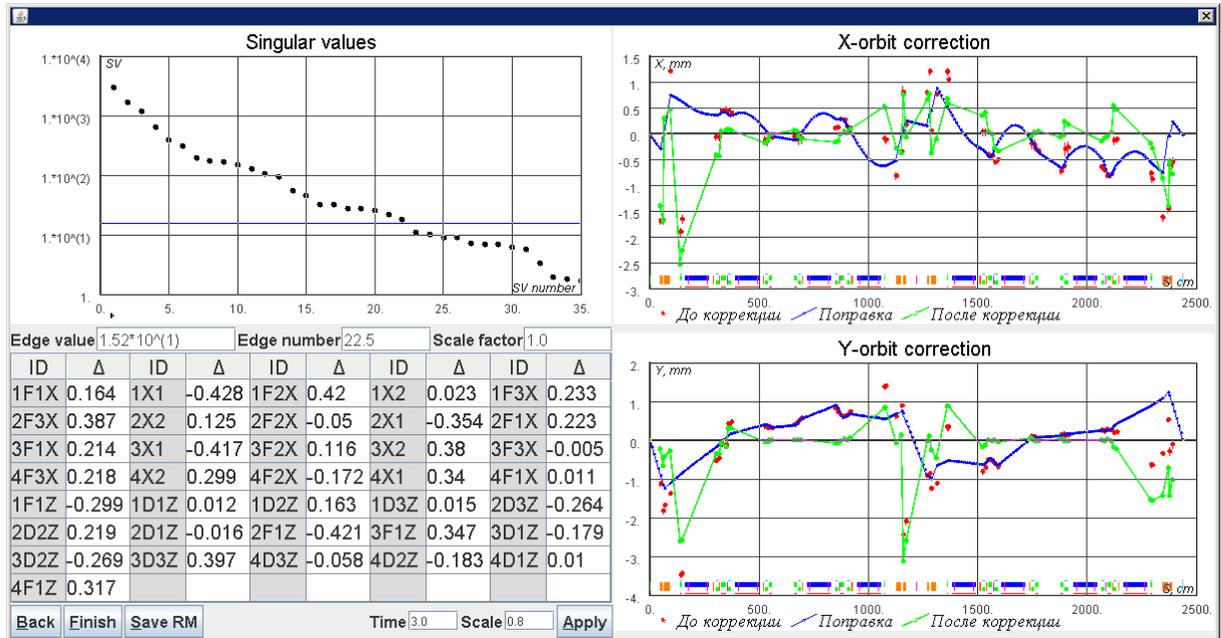


Рис. 3.13. Диалоговое окно, с помощью которого производится поиск оптимальной силы корректоров измерения после внесения поправок. В нижнем левом углу расположена таблица, иллюстрирующая предлагаемое изменение силы корректоров. Если в качестве корректоров использовались дипольные корректоры, то правка осуществляется автоматически по нажатию кнопки «Apply».

Перед изменением токов корректоров предложенные поправки умножаются на коэффициент, указанный в поле «Scale». Если модель ускорителя не идеально соответствует реальности, этот коэффициент делается меньшим единицы. Особенно актуальна данная возможность, если по какой либо причине реальная рабочая точка машины находится ближе к целому резонансу, чем рабочая точка модели, поскольку в этом случае реальные искажения создаваемые корректорами будут больше чем теоретические.

Алгоритм коррекции равновесной орбиты при наличии абсолютных калибровок ДПП

Если известны абсолютные калибровки ДПП то, как уже упоминалось, измерение искажений орбиты производится достаточно быстро. Для работы в таком режиме было создано специальное диалоговое окно, иллюстрирующее отклонение показаний ДПП от сохраненных положений в реальном времени. Пример этого диалога приведён на рисунке 3.14.

В левой части окна располагаются графики, иллюстрирующие смещение орбиты от-

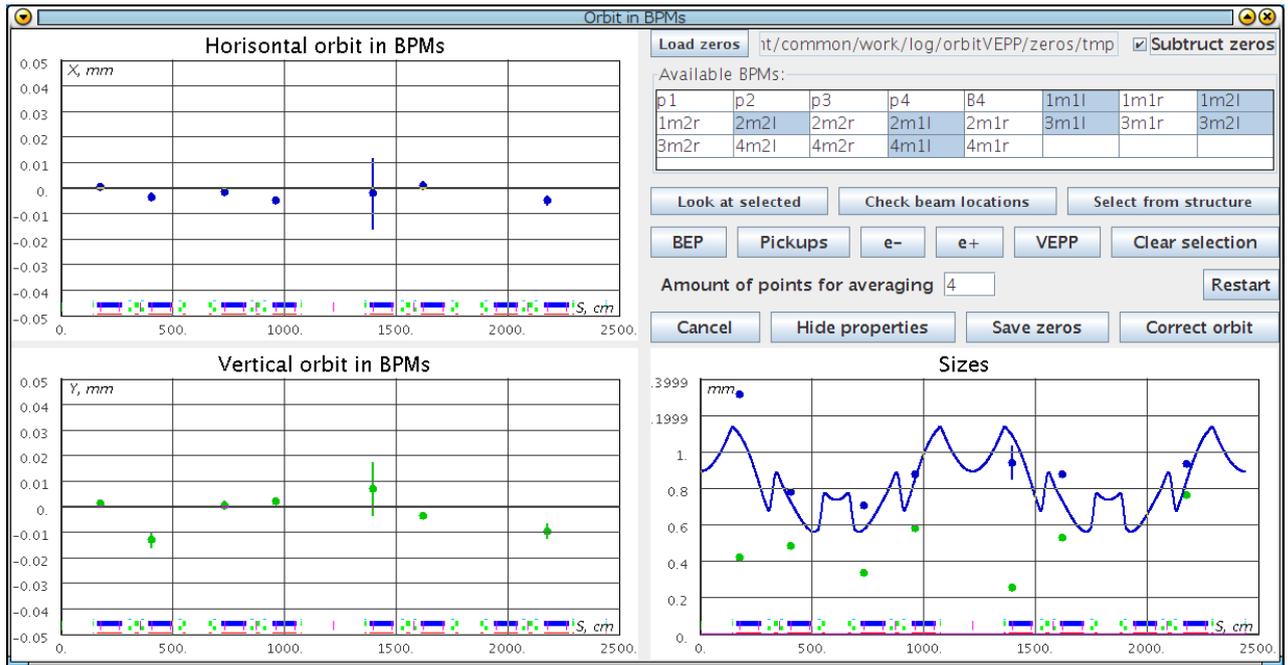


Рис. 3.14. Диалоговое окно, показывающее орбиту и размер пучка в режиме реального времени

носительно сохранённых положений. Внизу справа расположен график теоретических размеров пучка вдоль кольца вместе с экспериментально измеренными размерами. В верхней правой части диалога расположены элементы управления.

В верхней части области управления расположена кнопка загрузки файла с «нулями». Ниже находится таблица с доступными для измерения ДПП. Далее вниз расположена группа кнопок, позволяющая быстро выбрать наиболее часто используемые группы ДПП и проверить положение пучка на выбранных ДПП. Затем расположено поле для ввода количества измерений, по которым рассчитываются координаты и размеры пучка методом бегущего среднего. Оператор в любой момент может нажать кнопку «Correct orbit», чтобы поправить имеющиеся искажения орбиты.

3.2.2. Пример коррекции равновесной орбиты

Первый из реализованных алгоритмов коррекции орбиты относительно элементов работал только в случае отсутствия связи бетатронных колебаний и в качестве элементов-датчиков могли выступать только квадруполь, также не учитывалась возможность наклона элемента. Однако, даже такой упрощённый подход позволял успешно корректировать орбиту в случае использования «плоской» конфигурации соленоидов финальной фокусировки. На рисунке 3.15 представлен пример коррекции орбиты с помощью упрощённого алгоритма, при-

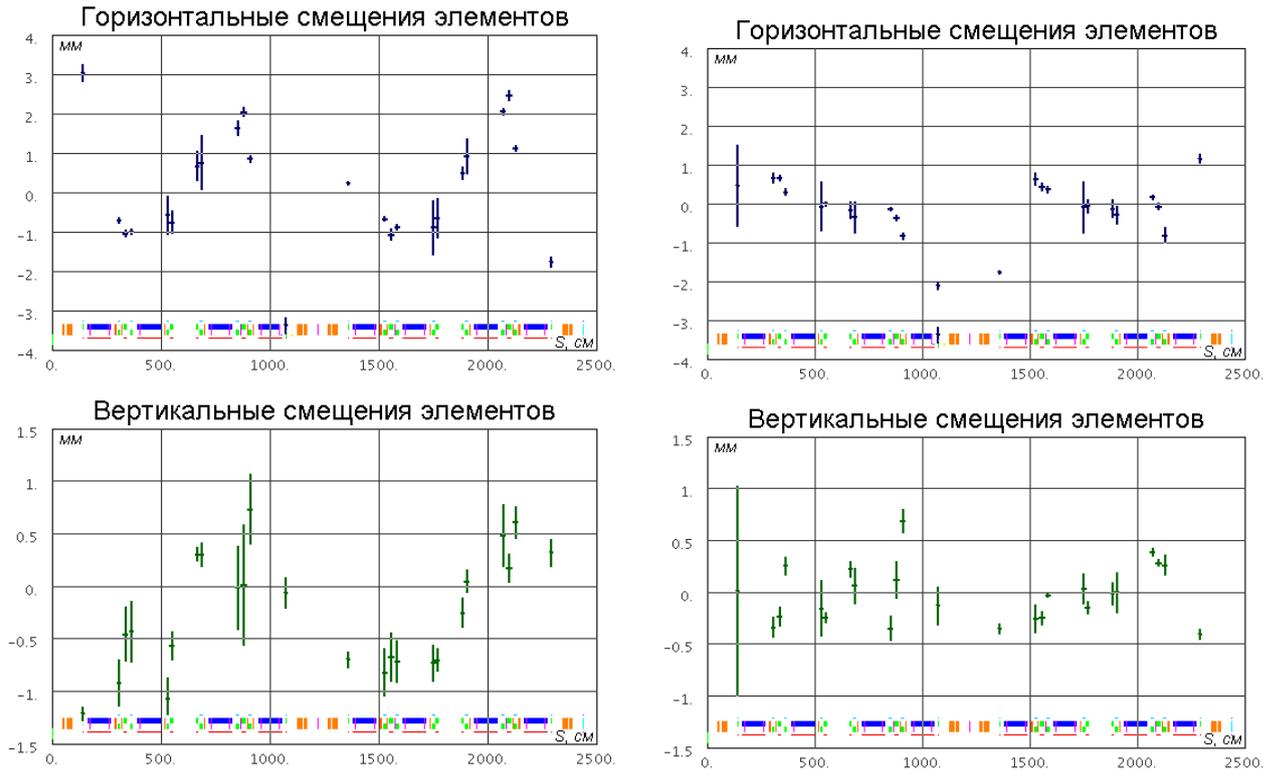


Рис. 3.15. Пример коррекции орбиты 2009–2010гг: слева до коррекции, справа после.

меняемого в сезоне 2009–2010гг.

В январе 2011 года были осуществлены первые эксперименты с различными конфигурациями соленоидов финальной фокусировки. Для коррекции орбиты в этих режимах пришлось дорабатывать имеющийся алгоритм измерения искажений орбиты. Часть алгоритма, отвечающая за коррекцию орбиты, осталась прежней, поскольку изначально была основана на алгоритме, использующем 6-ти мерное фазовое пространство. После доработки алгоритма добавилась возможность использовать соленоиды в качестве элементов-датчиков, также появился учёт наклонов продольной оси элементов. На рисунке 3.16 представлен пример коррекции орбиты с помощью усовершенствованного алгоритма в конце сезона 2010–2011гг.

3.2.3. Реализация алгоритма коррекции оптических функций

Для коррекции электронно-оптической модели ВЭПП-2000 необходимо выполнить множество процедур, часть из них являются необходимыми, другие можно пропустить или заменить чтением сохранённых данных. Для того, чтобы максимально упростить работу оператора и максимально снизить вероятность потери ценных данных был разработан специаль-



Рис. 3.16. Пример коррекции орбиты 2010-2011 гг: слева до коррекции, справа после.

ный алгоритм, реализованный с помощью серии интерактивных диалоговых окошек. Схема алгоритма представлена на рисунке 3.17.

Процесс коррекции электронно-оптической структуры, в отличие от исправления орбиты, является «творческой» процедурой. Ключевым моментом, который во многом определяет успех операции, является правильный выбор параметров структуры ускорителя, которые будут варьироваться. Если окажется, что какой либо из параметров, жёстко зафиксированных в модели, в действительности имеет другое значение, то при подгонке модели под эксперимент это расхождение будет компенсировано за счёт искажения доступных к вариации параметров, таким образом приведя к неправильному результату. Единственным критерием, позволяющим считать, что используется полный набор параметров, является величина невязки между подогнанной моделью и экспериментом 2.16. Если она удовлетворяет условию 2.28, то можно считать, что набор данных является полным, иначе в подогнанной модели есть систематическая ошибка.

Причиной больших систематических ошибок может стать высокая точность измерений. Например, при имеющейся точности МО теоретически можно рассчитать поправки к градиентам квадруполей с точностью 10^{-5} КГс, однако систематические погрешности снижают

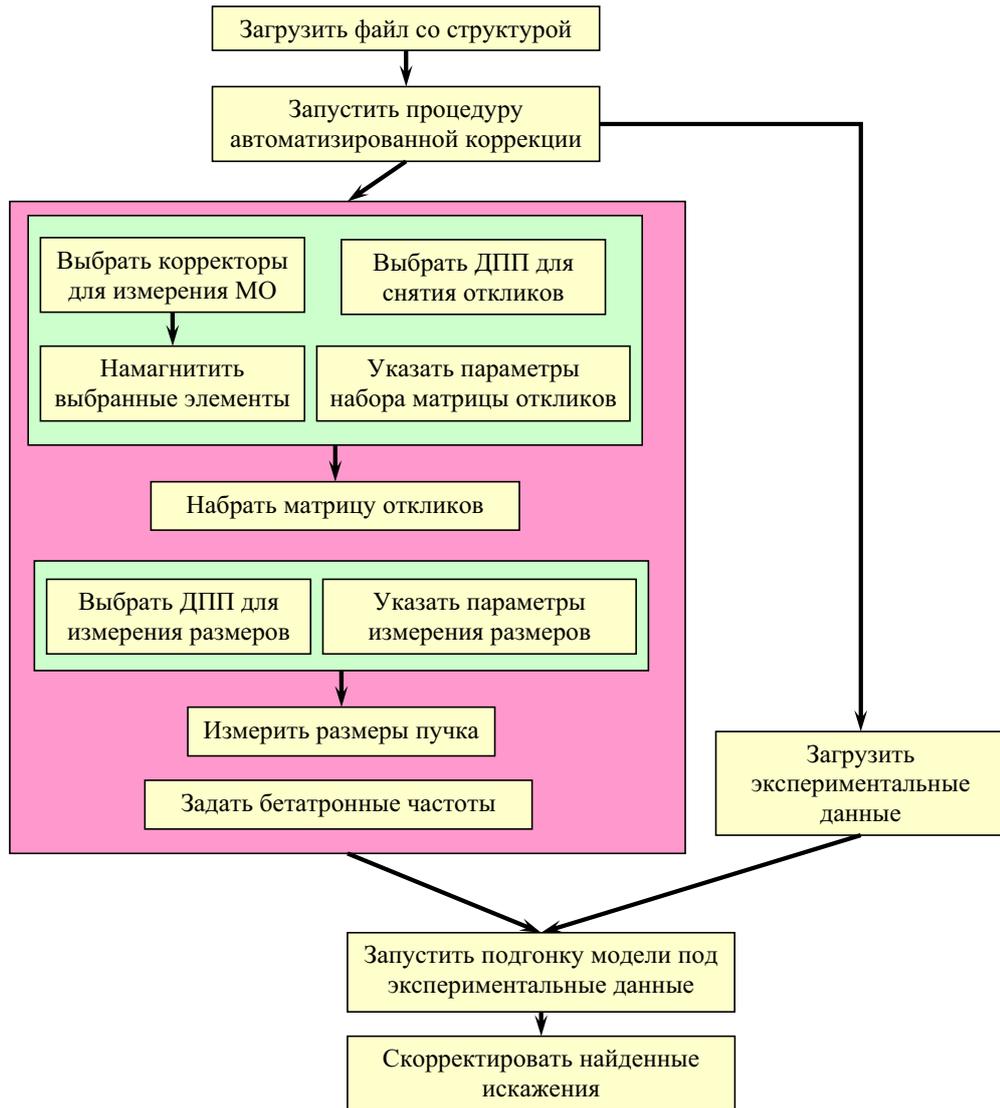


Рис. 3.17. Блок-схема возможных вариантов действий при коррекции электронно-оптической модели ВЭПП-2000

эту величину до 10^{-3} КГс, что все равно является очень хорошим результатом. Рассмотрим ещё один пример: одним из источников систематических ошибок являются отклонения орбиты в секступолях, на ВЭПП-2000 этот факт не отображён в модели. Есть два варианта решения этой проблемы: во первых, можно скорректировать орбиту в секступолях; во вторых, можно включить в модель дополнительные линзы. Исправление орбиты в секступолях пока не реализовано. Добавление в модель дополнительных линз, хоть и улучшит согласие между моделью и экспериментом, однако создаст новую проблему — задачу компенсации влияния дополнительных квадруполей с помощью имеющихся в штатном распоряжении. Если же не включать в модель дополнительных линз, то алгоритм обеспечит такое изменение градиентов

в штатных квадрупольях, которое наилучшим образом симулирует действие дополнительных. В результате, используемый подход хоть и увеличивает χ_{rest}^2 , однако является наиболее предпочтительным. Таким образом, даже при наличии больших отклонений остаточной величины χ_{rest}^2 от $N - M$ алгоритм может давать хорошие результаты.

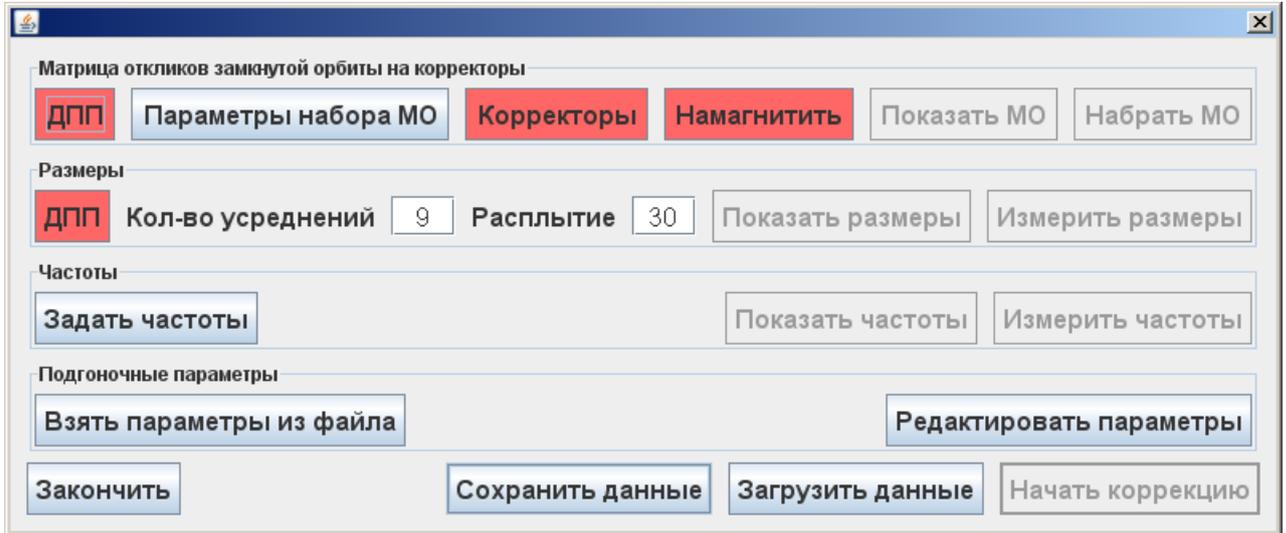


Рис. 3.18. Диалоговое окно, позволяющее подготовить информацию, необходимую для подгонки модели ускорителя под экспериментальные данные

Первым действием при коррекции электронно-оптической модели ВЭПП-2000 является загрузка подходящего входного файла. В этом файле указаны параметры элементов линейной оптики кольца, соответствующие текущей энергии, конфигурации бета-функций, дисперсии и т.п., параметры ДПП и корректоров, а также указано какие из параметров будут варьироваться при подгонке модельных величин к экспериментально измеренным.

После того как нужный файл загружен, запускается серия диалоговых окон, первое из которых показано на рисунке 3.18. Как и в случае с коррекцией орбиты, часть кнопок заблокированы до того момента когда будет доступна информация, необходимая для работы соответствующих процедур. Верхний ряд кнопок служит для указания ДПП и корректоров, используемых для набора МО. При нажатии кнопки «Параметры набора МО» вызывается диалог для редактирования количества усреднений и других технических параметров набора МО. Перед измерением МО необходимо произвести намагничивание используемых корректоров, чтобы свести к минимуму систематические ошибки, связанные с историей изменения магнитных полей.

Когда все предварительные действия сделаны, оператор может запустить сбор МО,

продвижение данной процедуры отображено в специальном диалоге. В этом диалоге можно узнать сколько корректоров уже пройдено, какое количество времени прошло с начала измерения МО. Также при необходимости можно изучить ту часть МО, которая уже набрана, и точности измерений её элементов. Эта функция особенно полезна на стадии отладки процедуры автоматического сбора МО.

Ниже, в стартовом диалоге, расположена панель, позволяющая произвести измерение размеров пучка на ПЗС камерах. Для этой процедуры необходимо указать список используемых ДПП, количество усреднений и так называемое «расплывание» — эта величина используется для грубого учёта дифракционного расплывания полученных изображений. Если во время измерения размеров в ВЭПП-2000 циркулируют встречные электрон-позитронные пучки, их токи должны быть достаточно малы, чтобы эффекты встречи не давали вклада в размеры.

К сожалению, на ВЭПП-2000 нет системы автоматического измерения бетатронных частот, поэтому эта информация вносится вручную, с помощью специального диалога, вызываемого по нажатию кнопки «Задать частоты».

С помощью кнопок в панели «Подгоночные параметры» оператор может ознакомиться со списком варьируемых характеристик модели ускорителя, и при необходимости отредактировать его.

Для возможности повторного анализа собранных данных рекомендуется сохранять набранные измерения в файлы, для этого надо указать место для сохранения и программа сама создаст нужные файлы. При необходимости вместо измерения данных можно загрузить сохранённую информацию с диска.

Для корректной работы процедуры подгонки теоретической модели необходимо, чтобы был указан хотя бы один параметр для вариации и экспериментальные данные содержали хотя бы одно значение. Поэтому, если хочется сэкономить время, можно пропустить часть работы по сбору экспериментальных данных. На ВЭПП-2000 неплохо себя зарекомендовал метод коррекции электронно-оптической модели, основанный на измерении дисперсии, бетатронных частот и размеров. Однако для его работы необходимо иметь правильные калибровки ДПП, которые устанавливаются при помощи полного набора экспериментальных данных, включающего в себя кроме перечисленных величин отклики замкнутой орбиты на вариации дипольных корректоров.

Поскольку измеряемые величины нелинейно зависят от параметров ускорителя, необ-

Iteration № 75% Make iteration

χ^2
 Now Statistical Sigma

General info

N data N parameters SV №

EI	Par	Val 0	I 0	dP_total	sdP_total	dP_step	sdP_step	dl	sdl
1SQ3	GHz	-0,041	0	-0,041	1,104	-0,009	4,789	0	0
1d3	GHz	-2,185	0	0,029	0,954	0,003	8,6	0	0
1D3Z	Hx	0	0	-0	0	-0	0	0	0
1f3	GHz	2,413	0	0,031	1,169	-0,007	4,972	0	0
1F3X	Hz	0	0	-0	0	0	0	0	0
2f3	GHz	2,27	0	-0,111	0,345	-0,03	1,292	0	0
2F3X	Hz	0	0	-0	0	0	0	0	0
2d3	GHz	-2,221	0	-0,007	3,843	0,002	13,474	0	0
2D3Z	Hx	0	0	-0	0	-0	0	0	0
2SQ3	GHz	-0,015	0	-0,015	2,536	0,004	11,027	0	0

Apply correction Show visual fit status Finish

Рис. 3.19. Диалоговое окно, отображающее информацию, полученную при подгонке теоретической модели под экспериментальные данные

ходимо произвести несколько итераций по подгонке теоретической модели. Для отслеживания изменений в модели в процессе подгонки был создан специальный диалог, который вызывается нажатием кнопки «Начать коррекцию» после измерения или загрузки всех необходимых экспериментальных данных. На рисунке 3.19 показан скриншот диалога контроля за итерациями в процессе работы.

Диалог контроля за итерациями показывает следующую информацию: номер текущей итерации, прогресс в вычислении производной модельных откликов по варьируемым параметром (2.17), текущую величину χ^2 , величины χ_{min}^2 и σ_{χ^2} , таблицу с накопленными изменениями параметров модели. Кнопка «Show visual fit status» вызывает диалог, содержащий информацию о качестве соответствия между модельными и измеренными величинами в графическом виде. Пример такого диалога показан на рисунке 3.20. Данный диалог показывает искажение орбиты вызванное корректором рассчитанное из модели, измеренные отклики ор-

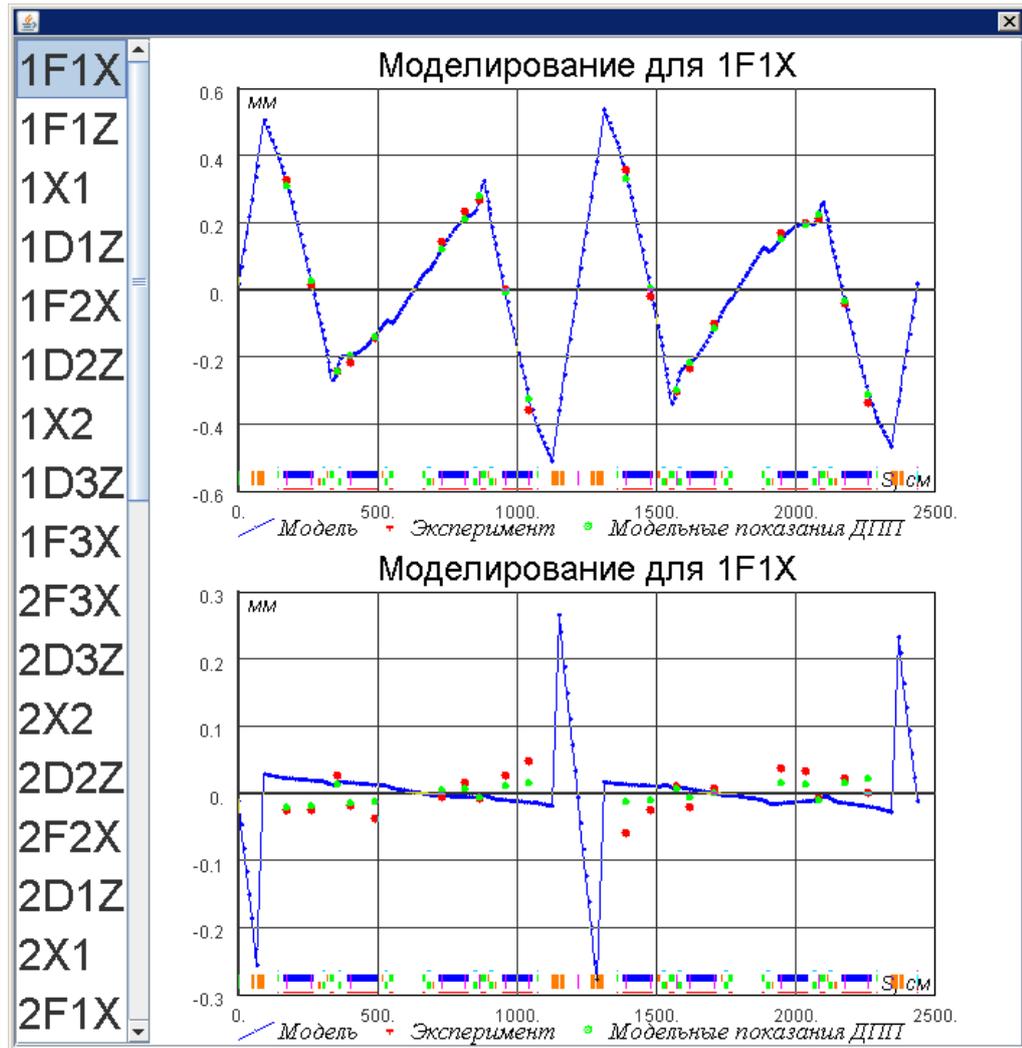


Рис. 3.20. Диалог, позволяющий выбрать максимальное значение используемых сингулярных чисел

биты, а также отклики орбиты в ДПП, рассчитанные из модели. Модельный отклик в ДПП рассчитывается с учётом параметров ДПП, таких как угол поворота и калибровки. Данный диалог полезен для поиска грубых несоответствий между моделью и экспериментом, которые почти всегда означают какую-либо ошибку. Таким образом, например, было обнаружено, что пикапы и ПЗС камеры имеют противоположное направление вертикальной оси. При этом оказалось, что гораздо проще поменять калибровки ПЗС камер в модельном файле, чем исправлять программу обработки изображений ПЗС камер, поскольку в последнем случае пришлось бы переделывать ещё ряд программ использующих эти данные.

После того как компьютер закончил расчёт численной производной модельных откликов по варьируемым параметрам, производится выбор максимального значения для сингулярных чисел, использующихся при обращении матрицы \tilde{G}_{ij} (2.20). Это действие также осу-

ществляется с помощью диалогового окна, вызываемого нажатием кнопки «Make iteration». На рисунке 3.21 показан пример такого диалога.

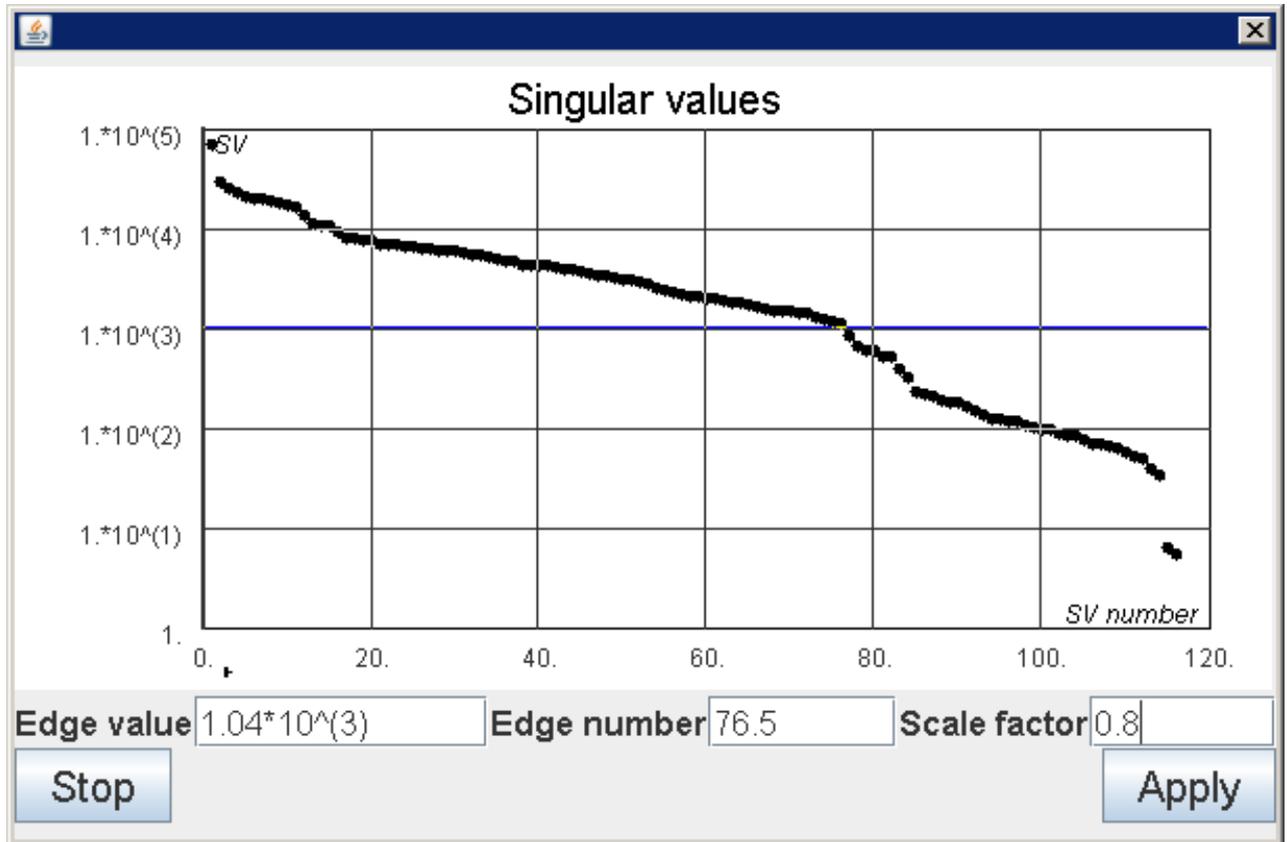


Рис. 3.21. Диалог, позволяющий выбрать максимальное значение используемых сингулярных чисел

Основное место в диалоге выбора уровня отсечки сингулярных чисел занимает интерактивный график сингулярных чисел матрицы \tilde{G}_{ij} в логарифмическом масштабе. Уровень отсечки устанавливается щелчком мышки на нужном уровне, при необходимости масштаб графика можно менять. Поскольку, как уже упоминалось выше, вычисляемые параметры нелинейно зависят от параметров модели, часто необходимо пропорционально уменьшать вычисленные поправки, для этого в поле «Scale factor» вносится необходимый коэффициент. После выбора уровня отсечки или изменения коэффициента, на который домножаются найденные шаги, происходит расчёт поправок к варьируемым параметрам и величины χ^2 . Обновлённая информация сразу же становится доступна в диалоге контроля за итерациями. После подбора уровня отсечки и масштабного коэффициента оператор нажимает кнопку «Apply». На этом очередная итерация заканчивается и начинается расчёт матрицы \tilde{G}_{ij} для изменённой модели. Общая рекомендация по выбору уровня отсечки заключается в том, что его надо устанавливать перед резким обрывом в графике изображающем сингулярные числа.

После того как величина χ^2 перестала уменьшаться можно произвести коррекцию возникших при подгонке модели искажений. Эта коррекция касается только тех параметров которые могут быть поправлены автоматически, а именно токи в квадрупольных линзах, соленоидах и скью-квадрупольях. Неоднократно, уже после всех измерений и подгонки модели под экспериментальные данные обнаруживалось, что одна из ПЗС камер имеет угол наклона около 45 градусов, и действительно поход в зал обнаруживал сильно наклоненную камеру, которую до этого, видимо, кто-то по неосторожности задел.

3.2.4. Пример коррекции электронно-оптической структуры ВЭПП-2000

Одним из самых удачных примеров важности разработанного метода коррекции электронно-оптической структуры ВЭПП-2000 является его применение при наборе статистики на энергии 900 МэВ в сезоне 2010-2011гг. Это был первый заход на этой энергии, все остальные заходы в сезоне были на меньшей энергии. Чтобы подняться на 900 МэВ была взята структура для работы на 875 МэВ и произведён рэмпинг методом линейной интерполяции с компенсацией смещения рабочей точки, после чего оператор в ручную произвёл грубую подстройку. Из-за заниженных токов в соленоидах и отсутствия корректного учёта эффектов насыщения магнитопроводов возникшая конфигурация очень плохо соответствовала идеальной модели.

	Поправка 1		Поправка 2		Поправка 3	
	$\frac{\langle \Delta I \rangle}{I_0}, \%$	$\frac{\langle \langle \Delta I \rangle - \Delta I \rangle}{I_0}, \%$	$\frac{\langle \Delta I \rangle}{I_0}, \%$	$\frac{\langle \langle \Delta I \rangle - \Delta I \rangle}{I_0}, \%$	$\frac{\langle \Delta I \rangle}{I_0}, \%$	$\frac{\langle \langle \Delta I \rangle - \Delta I \rangle}{I_0}, \%$
sol	0	0	0	0	0	0
F1	-1.97	4.35	-8.47	0.31	0.45	0.30
d1	-10.81	1.54	-22.03	2.23	-4.02	0.59
f2	0.28	0.46	-1.06	0.05	-0.41	0.21
d2	2.60	0.49	2.41	0.51	0.76	0.43
d3	3.33	0.27	1.69	0.36	0.83	0.17
f3	2.57	0.81	0.65	0.31	0.67	0.67

Таблица 3.3. Поправки к токам линз и соленоидов в трёх последовательных коррекциях

Для исправления электронно-оптической структуры было произведено три последовательные коррекции электронно-оптической структуры основанные на анализе МО на ди-

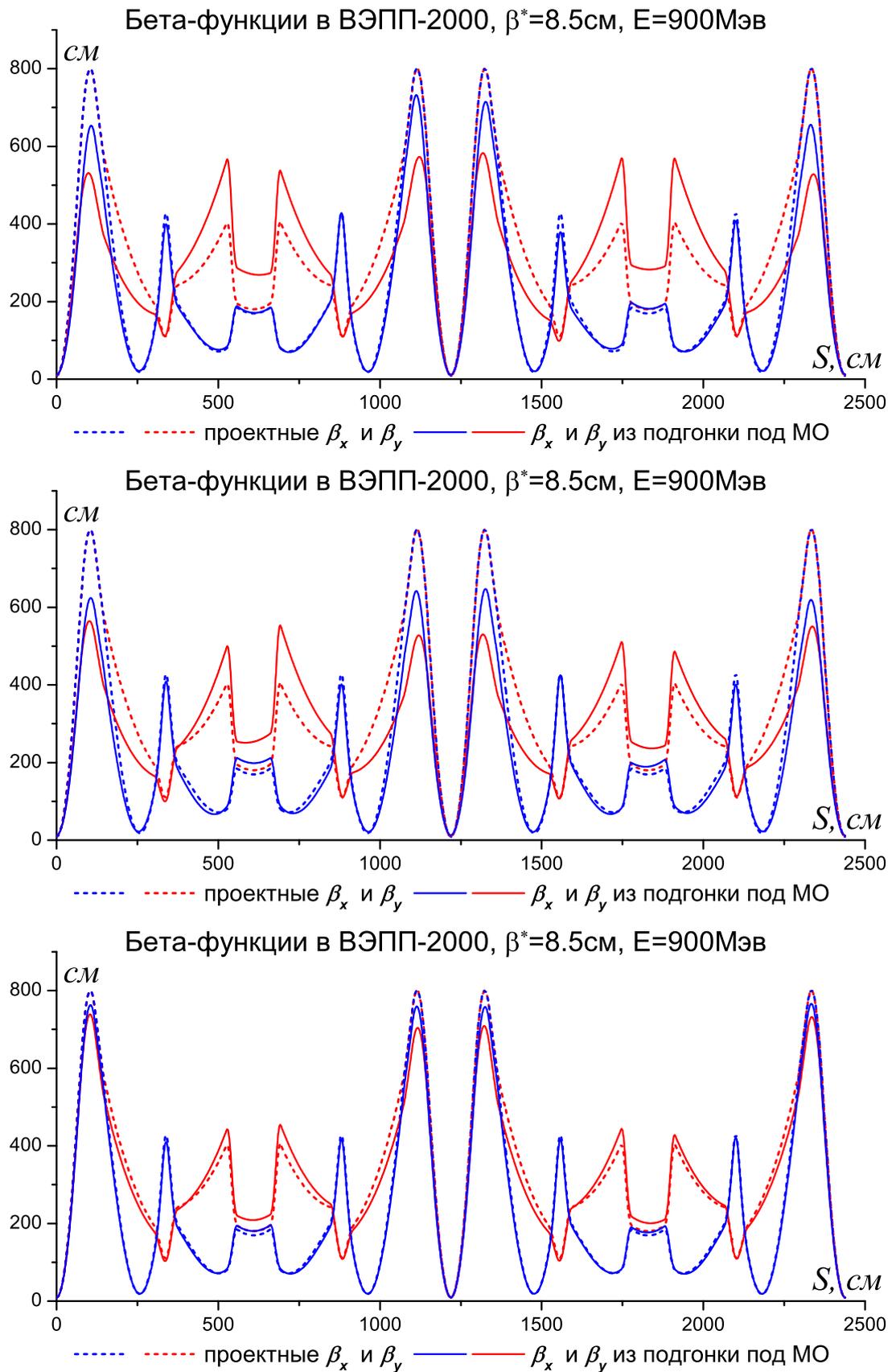


Рис. 3.22. Сравнение проектных бета-функций и вычисленных из структуры подогнанной под МО снятую до коррекций, после первой поправки и после второй поправки на энергии 900 МэВ.

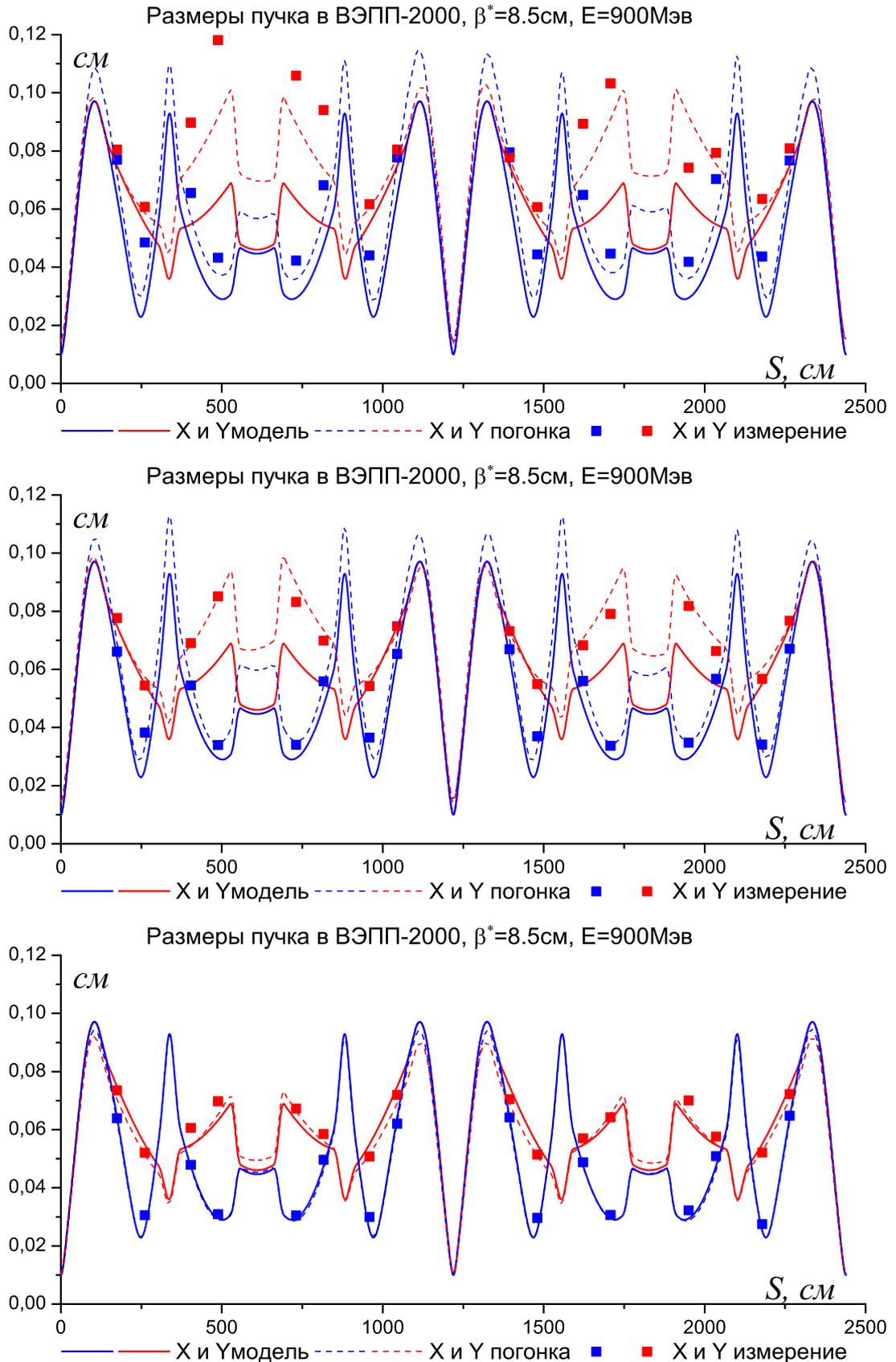


Рис. 3.23. Размеры пучков для трёх последовательных состояниях при коррекции оптики на энергии 900 МэВ: до коррекции, после первой поправки и после второй поправки

польные корректоры, дисперсии и рабочей точки.

В таблице 3.3 приведены средние поправки к токам в семействах линз и соленоидов, для трёх последовательных коррекций произведённых на энергии 900 МэВ. Гигантские поправки к токам линз обусловлены в первую очередь тем, что ток в соленоидах был примерно на один процент ниже чем надо. Ток в соленоидах был уменьшен для того, чтобы при увеличении энергии до 1000 МэВ его можно было поднимать линейно, не опасаясь за возникновение квенча. По этой же причине ток в соленоидах при вариациях модели был зафиксирован. Тот факт, что во второй итерации поправки к токам больше чем в первой итерации объясняется количеством сингулярных чисел использованных при обращении матрицы G_{ij} (2.17).

На рисунке 3.22 представлены сравнения проектных бета-функций и вычисленных из структуры, подогнанной под экспериментальные данные, измеренные до коррекций, после первой поправки и после второй поправки. Видно, что после первой итерации бета-функции почти не скорректировались. На рисунке 3.23 изображены три группы графиков отображающих состояние размеров пучков до поправок, после первой поправки и после второй поправки. На графиках изображены размеры вдоль кольца для идеального состояния, размеры вычисленные из модели которая была подогнана под экспериментальные данные и экспериментально измеренные размеры. Поскольку в качестве экспериментальных данных использовались отклики на дипольные корректоры, бетатронные частоты и дисперсия, то измеренные размеры можно рассматривать как независимые измерения с помощью которых можно протестировать правдоподобность структуры, полученной после подгонки. Как видно из графиков, в начальном состоянии реальные размеры очень сильно отличаются от идеальных, размеры в подогнанной структуре имеют правильную форму искажений, однако все равно не дотягивают до измерений. После первой поправки измеренные размеры стали более симметричны, однако в технических промежутках они остались слишком большими. Подгонка модели под измерения сделанные после первой итерации, с использованием большего числа сингулярных чисел, хорошо согласуется с измерениями. В результате, после второй поправки размеры стали почти идеальными. Несмотря на эффективность автоматизированной коррекции, последний этап настройки, включающий в себя тонкий подбор рабочей точки и максимальную компенсацию связи вне экспериментальных промежутков осуществляется оператором вручную.

Коррекция электронно-оптической структуры ВЭПП-2000 после подъёма на 900 МэВ увеличила удельную светимость примерно в четыре раза. На рисунке 3.24, изображающем

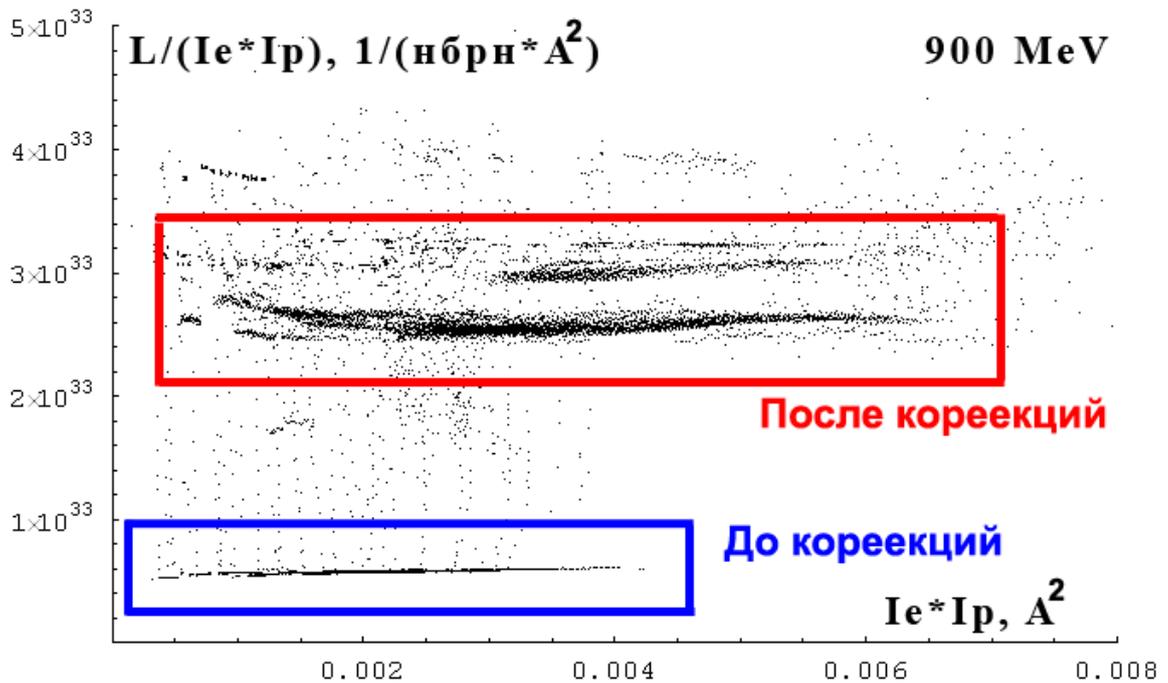


Рис. 3.24. Удельная светимость в заходе на 900 МэВ

удельную светимость в заходе на 900 МэВ, хорошо выделяются две группы точек: одна на уровне удельной светимости $0.6 \cdot 10^{33} (\text{нбрн} \cdot \text{А}^2)^{-1}$, и другая на уровне $2.8 \cdot 10^{33} \cdot (\text{нбрн} \cdot \text{А}^2)^{-1}$. Первая группа соответствует данным до поправок, вторая группа соответствует набору основной части интеграла светимости, произведённого после коррекции оптики.

В общей сложности за сезон 2010-2011 гг алгоритм коррекции электронно-оптической структуры ВЭПП-2000 применялся 32 раза, за раз производилось в среднем 2-3 итерации. В результате слаженной работы команды ВЭПП-2000, и, в том числе, регулярному применению методик описанных в данной диссертации в сезоне 2010-2011 гг на ВЭПП-2000 удалось продемонстрировать рекордные показатели светимости, которые проиллюстрированы на рисунках 3.25 и 3.26.

3.2.5. Реализация алгоритма оптимизации токов в корректорах

В процессе эксплуатации коллайдера ВЭПП-2000 коррекции орбиты производятся несколько раз в день, иногда с использованием автоматики, иногда вручную, с помощью так называемых «ручек» - заранее составленных групп корректоров, ток в которых меняется в определённой пропорции. В результате всех этих манипуляций неизбежно возникает ситуация, когда токи в корректорах подобраны неидеальным образом. Такая ситуация является

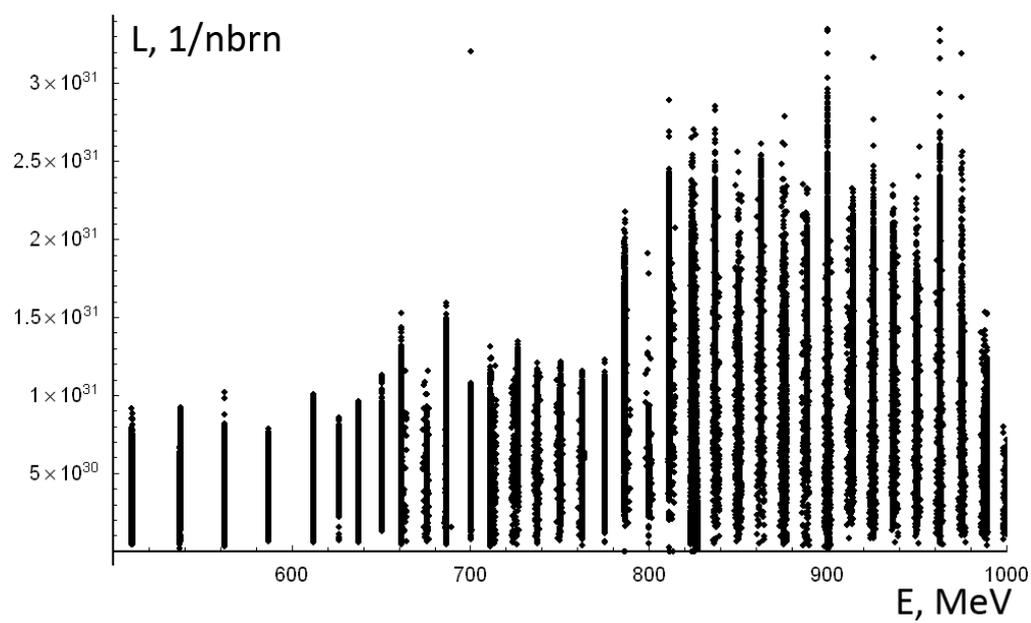


Рис. 3.25. Светимость в зависимости от энергии в заходе 2010-2011 гг на ВЭПП-2000

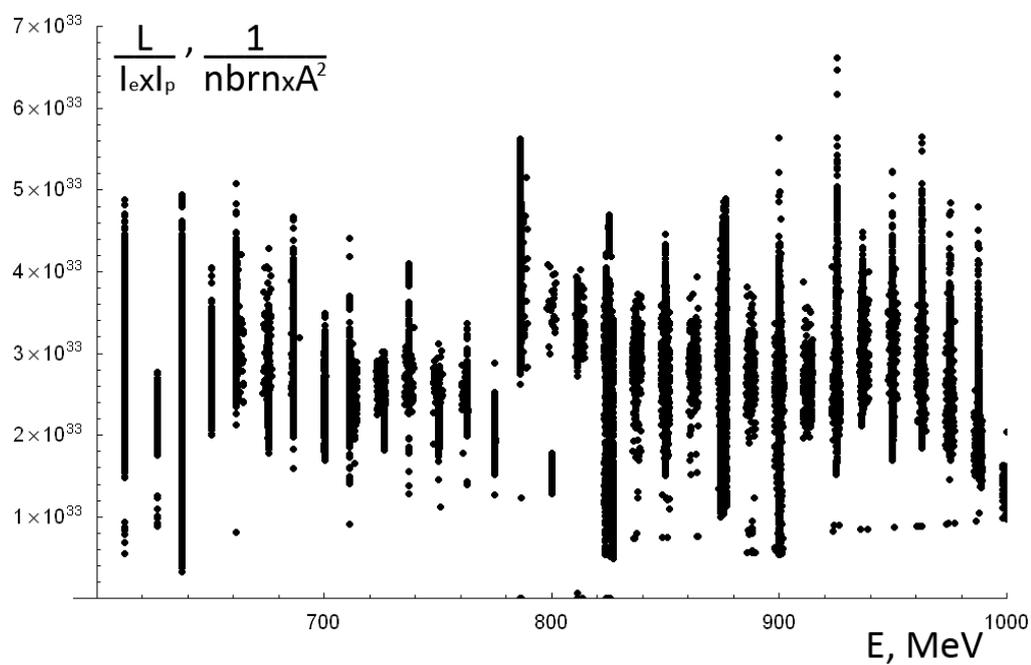


Рис. 3.26. Удельная светимость в зависимости от энергии в заходе 2010-2011 гг на ВЭПП-2000

нежелательной, поскольку как уже упоминалось ранее, дипольные корректоры совмещённые с квадруполями, могут создавать значительную секстипольную гармонику магнитного поля.

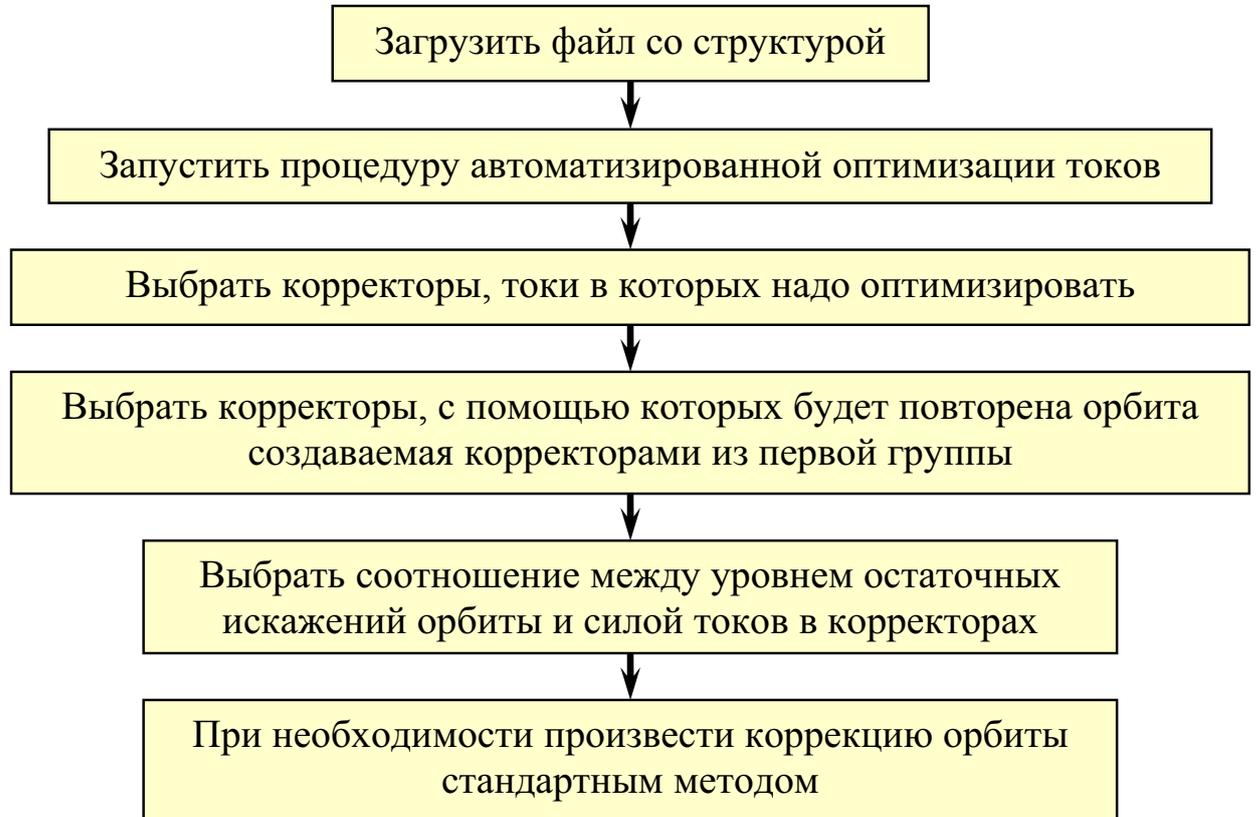


Рис. 3.27. Блок-схема изображающая последовательность действий при оптимизации силы корректоров

3.2.6. Пример оптимизации токов в корректорах ВЭПП-2000

При регулярном применении процедуры оптимизации токов в корректорах поправки к токам обычно незначительны, однако при долгих перерывах эффект бывает очень большим. В таблице 3.4 приведены данные, описывающие первую оптимизацию силы корректоров в сезоне 2010–2011 годов.

Поскольку использованная модель не идеально описывала поведение орбиты в ВЭПП-2000, после оптимизации возникло незначительное искажение орбиты, которое было скорректировано стандартным методом. Несмотря на то, что после исправления орбиты средний ток в корректорах несколько увеличился, все равно произошло почти двукратное уменьшение тока в корректорах.

	До оптимизации	После оптимизации	После коррекции орбиты
$\sum I $	18.8 А	8.1 А	10.2 А
$\sum I / N_{corr}$	0.52 А	0.22 А	0.28 А

Таблица 3.4. Результаты первой оптимизации токов в корректорах в сезоне 2010-2011 гг.

Глава 4

Заключение

В ходе выполнения данной работы была собрана и систематизирована информация необходимая для вычисления базовых параметров циклических ускорителей в 6-ти мерном фазовом пространстве. Для описания циклических ускорителей используется матричный формализм, в котором каждому элементу ставится в соответствие матрица. В ходе написания вычислительной программы были перепроверены матрицы для всех основных элементов, а также вектора возмущений описывающие действия дипольных корректоров. Был разработан метод описания воздействия смещений элементов на замкнутую орбиту.

Для коррекции орбиты и электронно-оптической структуры ВЭПП-2000 были разработаны специальные алгоритмы учитывающие такие особенности структуры, как сильная связь бетатронных колебаний. Данные алгоритмы были интегрированы в систему автоматизации ВЭПП-2000. Коррекция орбиты и электронно-оптической структуры ВЭПП-2000 с использованием реализованных процедур позволила достичь выдающихся показателей светимости.

Особое внимание было уделено удобству применения разработанных методик на практике. Коррекция орбиты, оптимизация токов в корректорах и исправление электронно-оптической структуры ВЭПП-2000 осуществляются с помощью серий диалоговых окошек. Такой подход позволяет разбить сложный процесс на серию простых действий, что сильно облегчает работу оператора.

Данная диссертация является результатом многолетней работы, первые версии программы «sixdsimulation» появились ещё в 2004 году, с тех пор программа постоянно совершенствуется, в неё добавляются новые возможности. На протяжении всего этого долгого срока автор ощущал поддержку со стороны людей работающих на ВЭПП-2000. Пользуясь случаем, автор выражает благодарность Е. А. Переведенцеву который стал первым наставником автора, когда он пришёл на ВЭПП-2000, за чуткое руководство и умение доходчиво объяснить самые сложные вещи; научному руководителю Ю. М. Шатунову, за грамотное руководство; И. А. Коопу за готовность ответить на любые вопросы про ВЭПП-2000 в любое время дня и ночи; Д. Б. Шварцу за плодотворные обсуждения и помощь в работе; Д. Е. Беркаеву и П. Ю. Шатунову, за помощь в освоении системы автоматизации ВЭПП-2000; А. Н.

Кирпотину и Ю. А. Роговскому за помощь в работе с датчиками положения пучка. А так же всему коллективу лаборатории №11 ИЯФ СО РАН за теплую, рабочую обстановку которая во многом способствовала продуктивной работе автора.

Приложение А

Разложение по сингулярным числам

Сингулярное разложение (англ. singular value decomposition, SVD) — это разложение прямоугольной вещественной или комплексной матрицы размера $M \times N$ на произведение трёх матриц:

$$M = UWV^*, \quad (\text{A.1})$$

где U — унитарная матрица порядка $M \times M$, W — диагональная матрица порядка $M \times N$ с неотрицательными вещественными числами на диагонали, V — унитарная матрица порядка $N \times N$, а V^* — сопряжённо-транспонированная матрица к V .

Элементы w_{ij} диагональной матрицы W называются сингулярными числами.

Для прямоугольной матрицы A размера $M \times N$, где $M > N$, SDV можно представить в виде:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{U} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_1 & & & \\ & w_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & w_N \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{V}^T \end{pmatrix}, \quad (\text{A.2})$$

где U и V — ортогональные матрицы.

Сингулярное разложение можно применять для поиска псевдообратной матрицы, для приведённого примера (A.2), псевдообратная матрица может быть записана в виде:

$$A_{SVD}^{-1} = V \cdot \widetilde{W} \cdot U^T, \quad (\text{A.3})$$

$$\widetilde{w}_{ij} = \begin{cases} 1/w_{ij}, & w_{ij} \geq w_{max} \\ 0, & w_{ij} < w_{max} \end{cases},$$

где w_{max} — максимальное значение для сингулярных чисел участвующих при обращении.

Рассмотрим следующий пример, имеющий отношение к решаемым в диссертации задачам. Пусть нам известен вектор X и матрица A , при этом значения вектора X известны с

единичной точностью. Надо найти вектор P наилучшим образом удовлетворяющий условию:

$$X = A \cdot P. \quad (\text{A.4})$$

Воспользовавшись SVD разложением для вычисления псевдообратной матрицы, искомую величину P можно записать в виде:

$$P = A_{SVD}^{-1} \cdot (X + \Sigma) = V \cdot \widetilde{W} \cdot U^T \cdot (X + \Sigma), \quad (\text{A.5})$$

здесь вектор Σ — представляет случайную ошибку вектора X . Рассмотрим как единичная сфера из пространства X преобразуется в пространство вектора P . После действия матрицы U сфера переходит в единичную сферу в пространстве P . После умножения на матрицу \widetilde{W} сфера переходит в эллипсоид с полуосями равными \widetilde{w}_{ij} . Матрица V поворачивает указанный эллипсоид без искажения формы.

Исходя из приведённого рассуждения понятно, что чем меньше величина w_{max} в (A.3), тем больше величина ошибки найденного вектора P . С другой стороны, уменьшение величины w_{max} позволяет уменьшить невязку $(X - A \cdot P)$.

С практической точки зрения уменьшение величины уровня отсечки сингулярных чисел допустимо до тех пор, пока ошибка определения вектора P остаётся приемлемой.

Литература

1. Danilov V. V. et al. The concept of round colliding beams. Prepared for 5th European Particle Accelerator Conference (EPAC 96), Sitges, Spain, 10-14 Jun 1996.
2. Chung Y., Decker G., Evans K. Measurement of beta-function and phase using the response matrix. Prepared for 1993 IEEE Particle Accelerator Conference (PAC 93), Washington, DC, 17-20 May 1993.
3. Safranek J., Lee M. Calibration of the X-ray ring quadrupoles, BPMs, and orbit correctors using the measured orbit response matrix. Prepared for 4th European Particle Accelerator Conference (EPAC 94), London, England, 27 Jun - 1 Jul 1994.
4. Safranek J. Experimental determination of linear optics including quadrupole rotations. Prepared for 16th IEEE Particle Accelerator Conference (PAC 95) and International Conference on High-energy Accelerators (IUPAP), Dallas, Texas, 1-5 May 1995.
5. Safranek J. Beam-based lattice diagnostics // Prepared for Joint US-CERN-Japan-Russia School on Particle Accelerators: Beam Measurement, Montreux, Switzerland, 11- 20 May 1998.
6. Sajaev V., Emery L. Determination and correction of the linear lattice of the APS storage ring. Prepared for 8th European Particle Accelerator Conference (EPAC 2002), Paris, France, 3-7 Jun 2002.
7. Sajaev V., Lebedev V., Nagaslaev V., Valishev A. Fully coupled analysis of orbit response matrices at the FNAL Tevatron. Prepared for Particle Accelerator Conference (PAC 05), Knoxville, Tennessee, 16-20 May 2005.
8. Jankowiak A., Wille K. The Closed Orbit Measurement System at the DELTA Synchrotron Radiation Facility and First Investigations Concerning the Installation of a Beam Based BPM Calibration System // Conf.Proc. 1997. Vol. C970512. P. 2140.
9. Oprea J. Differential geometry and its applications. Prentice Hall, 1997.
10. Коломенский ., Лебедев . Теория циклических ускорителей. Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962.

11. Литвиненко . . , Переведенцев . . Расчёт параметров пучка в накопителях со связью колебаний. 1979. Т. II. С. 285–288.
12. Романов . . Использование матрицы отклика для определения параметров магнитной структуры ускорителей // Вестник НГУ. 2007. Т. 2, № 3. С. 58–61.
13. Selivanov A. N., Fedotov M. G. Digital television camera for real-time image recording // Proceedings of the IASTED International Conference ACIT2002, ACTA Press, Anaheim-Calgary-Zurich, 2002, p.14.
14. Fedotov M. G., Selivanov A. N., Pischenuk S. M. Progressive-scan digital television camera for the particle beam monitoring // Proceedings of RuPAC 2006, Novosibirsk, Russia.
15. Bekhtenev E. A., Dementev E. N., Karpov G. V., Rogovsky Y. A. Beam position measurement system for the VEPP-2000 collider // Proceedings of RuPAC 2008, Zvenigorod, Russia.
16. Rogovsky Y. A., Nesterenko I. N. Calibration of the electrostatic beam position monitor for VEPP-2000 // Proceedings of RuPAC-2010, Protvino, Russia.
17. Шварц . . Коррекция орбиты и управление связью бетатронных колебаний на накопителе ВЭПП-2000. Дисс. на соискание степени магистра, НГУ, Новосибирск, 2001.